Задачи за Екстра Кредит на 4 и 5 гр., 1к, сп. Компютърни Науки

13 март 2009г.

Задача 1 Да се докаже, че ако L_1 и L_2 са регулярни езици, то и езикът $L = \{\alpha \mid \exists \beta \in L_2 : \alpha\beta \in L_1\}$ е регулярен.

Задача 2 Вярно ли е, че за всеки регулярен език $L \subset \Sigma^*$, езикът:

$$L_1 = \{\alpha = a_1\omega_1 a_2\omega_2 \dots a_n\omega_n \mid a_1 a_2 \dots a_n \in L,\ \text{а } \omega_i \in \Sigma \text{ са произволни букви}\}$$

е регулярен? Отговорът да се обоснове.

Задача 3 Нека L е езикът от всички думи над азбука $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, които разглеждани като числа в десетична бройна система са кратни на 8.

1. Да се докаже, че не съществува детерминиран автомат A, който разпознава L, такъв че A може да бъде изобразен в равнината без самопресичания, тоест графът индуциран от A е планарен.
2. Да се докажа, че 1 е в сила и за произволен (недетерминиран) краен автомат, разпознаващ L.

Задача 4 Нека $\Sigma = \{0, 1\}$.

1. $L_1 = \{\alpha \in (\Sigma \times \Sigma)^* \mid \alpha = (a_0, b_0) \dots (a_n, b_n) : 3\overline{a_0 a_1 \dots a_n}_{(2)} = \overline{b_0 b_1 \dots b_n}_{(2)}\}$.
2. $L_2 = \{\alpha \in (\Sigma \times \Sigma \times \Sigma)^* \mid \alpha = (a_0, b_0, c_0) \dots (a_n, b, c_n) : \overline{a_0 a_1 \dots a_n}_{(2)} + \overline{b_0 b_1 \dots b_n}_{(2)} = \overline{c_0 c_1 \dots c_n}_{(2)}\}$

3. $L_3 = \{\alpha \in (\Sigma\times\Sigma\times\Sigma)^* \,|\, \alpha = (a_0, b_0, c_0)\ldots(a_n, b, c_n) : \overline{a_0a_1\ldots a_n}_{(2)}.\overline{b_0b_1\ldots b_n}_{(2)} = \overline{c_0c_1\ldots c_n}_{(2)}\}$

Да се построят крайни, детерминирани автомати за L_1 и L_2. Да се докаже, че L_3 **не е** регулярен.

Забележка: Думите от L_1 не могат да започват с $(0,0)$, но могат да започват с $(0,1)$. Думите от L_2 и L_3 не могат да започват с $(0,0,0)$ но могат да започват с $(0,0,1)$ или $(1,0,1)$, съответно $(0,1,1)$.

Задача 5 Нека $L = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, \alpha$ е с четна дължина и $\alpha = \alpha^R\}$. Вярно ли е, че L^* е регулярен? Отговорът да се обоснове.