Домашна работа No 2

Задача 1. Да се докаже, че

$$\sum_{k=0}^{n} x_k^m l_k(x) = x^m,\ m = 0, \dots, n$$

Задача 2. Да се докаже, че

$$\sum_{k=0}^{n} (x - x_k)^m l_k(x) = 0,\ m = 1, \dots, n$$

Задача 3. Да се опрости изразът

$$-\frac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3)+x(x-2)(x-3)-\frac{3}{2}x(x-1)(x-3)+\frac{2}{3}x(x-1)(x-2).$$

Задача 4. Да се докаже, че при всяко естествено число n полиномът

$$l(x) = 1 + \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} + \dots + \frac{(x - x_0)\dots(x - x_{n-1})}{(x_0 - x_1)\dots(x_0 - x_n)}$$

удовлетворява интерполационните условия

$$l(x_0) = 1,\ l(x_k) = 0,\ k = 1, \dots, n.$$

Какво следва от това твърдение?