

Първо контролно – 26 април 2012г

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, определена с неравенствата $x^2 + y^2 \leq 10$, $3x^2 \leq y$.

2. Пресметнете несобствения интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$.

3. Изследвайте за сходимост интеграла

а) $\int_0^1 \left(\frac{x}{1-x} \right)^p \ln(1-x) dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx$

4. Функцията $f(u, v)$ непрекъснати частни производни. Докажете, че неявната функция $z(x, y)$, определена от уравнението $f(z, y - xz) = 0$, удовлетворява диференциалното уравнение $z'_x + zz'_y = 0$.

5. В уравнението $z'_x + yz'_y = 0$ направете смяна на променливите с помощта на формулите $x = u$, $y = w$, $z = v$, $w(u, v)$.

6. Изследвайте за локални екстремуми функцията $z(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$.

7. Намерете най-голямата стойност на функцията $z(x, y) = x^3 y^2 (1 - x - y)$ в областта, зададена с неравенствата $x + y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

II контролно – 31 май 2012 год.

1. Намерете по два начина сумата на реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

а) като използвате дефиницията на сходящ ред;

б) като използвате степенни редове.

2. Пресметнете $S = 5 + \frac{2}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{5}{10^4} + \frac{2}{10^5} + \frac{5}{10^6} + \dots$

3. Изследвайте за сходимост реда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{e} + \frac{1}{\sqrt[n]{e}} - 2 \right)$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n - \ln n}{n^\alpha}$

4. Намерете областта на сходимост на степенния ред $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{n} x^n$.

5. Развийте функцията

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x+2}{x^2-5x+6}$; б) $f(x) = \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2}$

7. Намерете $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^n$.

8. Намерете най-голямата стойност на функцията $F(x, y, z) = xy + yz$, ако $x^2 + y^2 = 2$ и $y + z = 2$.