

Търсене и предлагане

p - цена на намалява стока (т.е. паричния еквивалент на стоката)

y - предлагане на стоката (количеството, което продавачите искат да продадат)

x - търсене на стоката (количеството, което потребителите искат да купят)

Аксиома цената се оформя сама

Пазарът трябва да е много голям.

Има 2 типа играчи: търговци $y(p)$ и потребители $x(p)$. y е количеството стока, като функция на цената.

Количеството стока, което продавачите искат да продават, зависи от цената, като предлагането нараства с нарастването на цената.

$y'(p) > 0$ когато $p \uparrow$ толкова повече стока се продава.

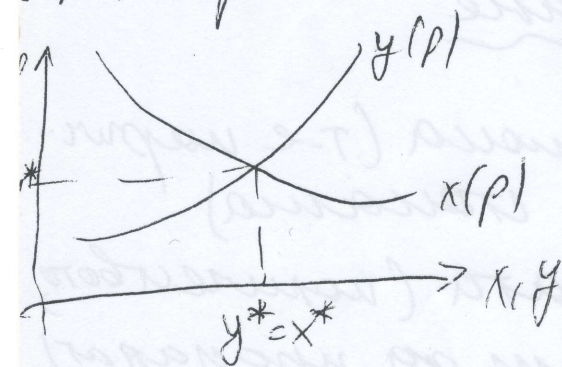
$y'(p)$ е производната на y отгласно p

$x(p)$ стоката закупена от потребителя

Количеството стока търсено от потребителите зависи от цената, като търсенето намалява когато цената расте.

$x'(p) < 0$ когато $p \uparrow$ потребителя купува по-малко

Предлагането е нарастваща ф-ия на цената,
а търсенето намаляваща



кривата на предлагането $y(p)$ и кривата на търсенето $x(p)$ имат само 1 пресечна точка.

$y^* = x^*$ при p^* е равновесно количество
 p^* е цената при която количеството, което
терпящите искат да продават е равно на
количеството, което купящите искат
да купят; p^* - равновесна цена
Такава пазарен те добре.

Ако започнем от цена $\neq$ от равновесната
тя с течение на времето ще се придвижи
към равновесната точка, тъй като свръхтер-
сенето увеличава цената, а свръхпредлагането
я намалява.

Цицка на паялката

На пивчето пазар по времето, когато фирмите вземат решение относно производството те не знаят пазарната цена, на която ще продават продуктите си.

Един производител на яйца например трябва да купи кокошки, храна... и така това ще може да продава яйца. Количеството яйца, което ще продава зависи от решението, колко произведи. Това е вълната цена. Устойчивост - важно понятие

$$y_t = b r_{t-1}$$

$$x_t = L - \beta r_t$$

L, β и b са > 0 const

a и $t-1$ се отнасят за различните години

Цицката се интересува само цената си

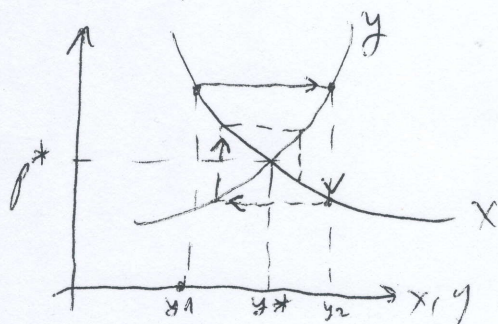
$$\Rightarrow L - \beta r_t = b r_{t-1}$$

$$r_t = \frac{L}{\beta} - \frac{b}{\beta} r_{t-1}$$

$$r^* = \frac{L}{\beta} - \frac{b}{\beta} r^* \Rightarrow r_t - r^* = -\frac{b}{\beta} (r_{t-1} - r^*)$$

отклонението тази година от равновесната цена

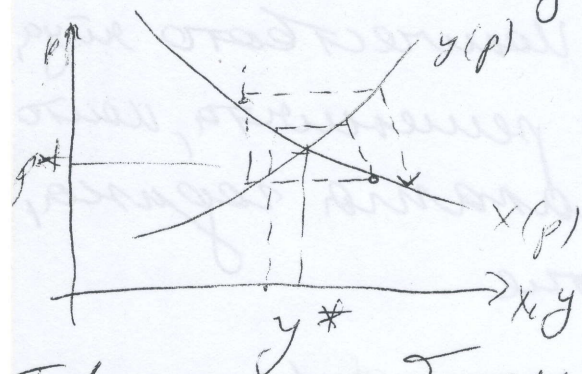
$0 < \frac{b}{\beta} < 1$ това има устойчивост (т.е. $\beta > b$)



Тук паялката се приближава към равновесното количество

При $y < 1$ много търсене и потребителите
е склонен да даде повече пари, защото
има дефицит.

При $\frac{b}{B} > 1$ (т.е. $B < b$) няма устойчивост
 $\Rightarrow$ цената започва да "бяга"



Това е нестабилен уикъла на пазарната, защото
✓ когато цената се издигава все повече от
равновесната цена

Примерно производител на ябълка е купил 5 ко-
шеник после е продал ябълката, но всъщност е имал
паричи за 4 кошеника и така с времето бържеят
и започва.

Но нестабилният уикъла на пазарната
не е много приемлив.

Ефект на данъка

$y(p)$; $x(p+t)$ $p+t=\pi$ π - цената, която потребителят плаща
 t -данък и държавата го взема

Предлагането е ф-ия на p , а търсенето - ф-ия на π
 Така се в равновесната точка $y(p) = x(\pi)$

$$\pi = p+t \quad p(t) = ? \quad y'(p) \frac{dp}{dt} = x'(\pi) \frac{d\pi}{dt}$$

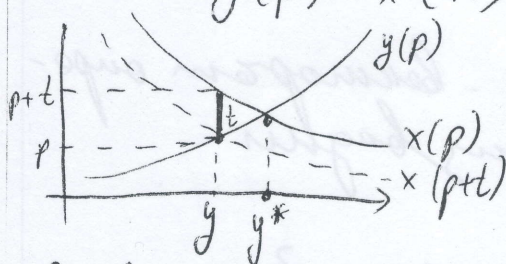
$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{dp}{dt} + 1$$

$$y'(p) \frac{dp}{dt} = x'(\pi) \left(\frac{dp}{dt} + 1 \right) \Rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{x'(\pi) < 0}{y'(p) > 0 - x'(\pi) > 0} = \frac{\frac{dp}{dt} < 0}{\frac{d\pi}{dt} > 0}$$

Цената е намаляваща ф-ия на данъка

$$y(t) , \quad \frac{dy}{dt} = y'(p) \frac{dp}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{x'(\pi) y'(p)}{y'(p) - x'(\pi)} < 0$$



Цената падна и количеството напредна.

Сравнителна статика - изследване на промените на равновесието в резултат от промени на условията

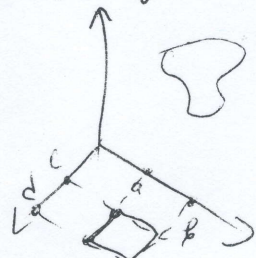
Има 2 вида параметри

- 1) екзогенни (външни) - данъка
- 2) ендогенни (вътрешни) - цената

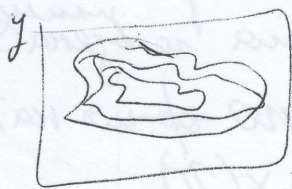
Възможността на сравнителната статика е как ендогенните параметри влияят на ендогенните.

Гастна производна: $f(x,y)$

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$$



Графикът е над правоъгълника



линии на ниво

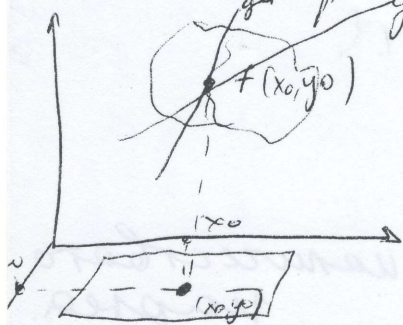
$$y = y_0 \quad f(x_0, y_0) \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h} = f'_x(x_0, y_0)$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$$

$$x = x_0 \quad f(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$$

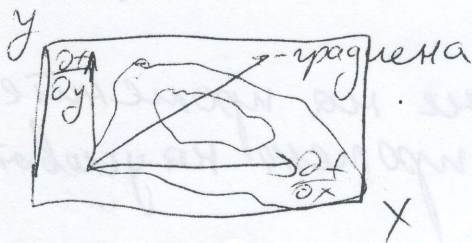
f''_{xx} ; f''_{xy} ; f''_{yy} ; f''_{yx} → ще има 4 втори производни

2^и втори производни, което и е брой променливи



$$\text{grad } f(x_0, y_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \right)$$

$(f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0))$ - векторът определен от 2^{те} производни



$$f(x, y) = x^4 y^3 - 3x^2 + 4y^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 4x^3 y^3 - 6x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3x^4 y^2 + 12y^2$$

$f(x, y)$, $x(t)$, $y(t)$ $\frac{df}{dt}$ - проста производна

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

Ефект на дохода

$$y(p) = x(p, m) \quad p(m) = ?$$

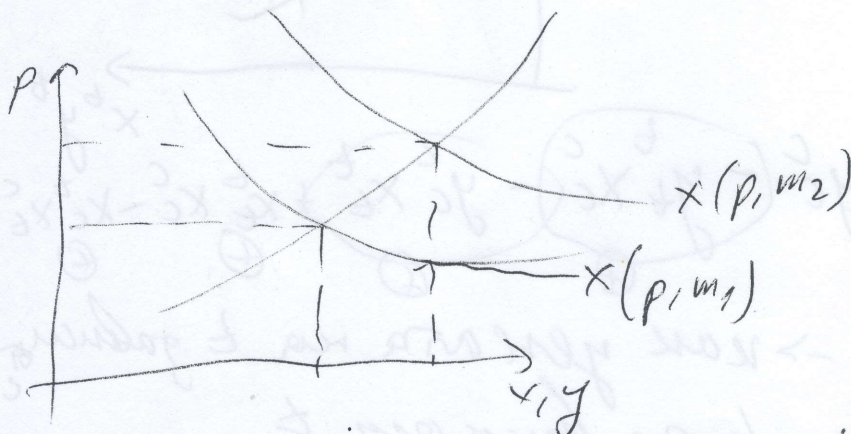
m - среден доход на потребителя

$$y'(p) \frac{dp}{dm} = x'_p \frac{dp}{dm} + x'_m$$

$$\frac{dp}{dm} = \frac{x'_m}{y'_p - x'_p} = \frac{x'_m}{y'_p - x'_p} \Rightarrow > 0$$

$$\frac{dy}{dm} = y'_p \frac{dp}{dm} = \frac{x'_m y'_p}{y'_p - x'_p} > 0$$

$\Rightarrow$ Едно покачване в дохода на потребителя повишава в условията на равновесие както цената, така и количеството продадена стока



$$m_2 > m_1$$

$p_2 > p_1$ и $y_2 > y_1$ - келеше от това

Ефект на промяната в цените
стоки зависими и/з себе си. Те са 2 основни вида

1) взаимозаместваеми стоки (кафе, чай)

2) допълващи се стоки (лекарство, бензин)

Да разгледаме взаимодействието от субсидирането на кафето в/у цената на чая

$$(1) y^t(p^t) \quad (t - tea - чай)$$

$$y^t(p^t) = x^t(p^t, \pi^c)$$

$$\pi^c = p^c - s \quad s - \text{субсидия}$$

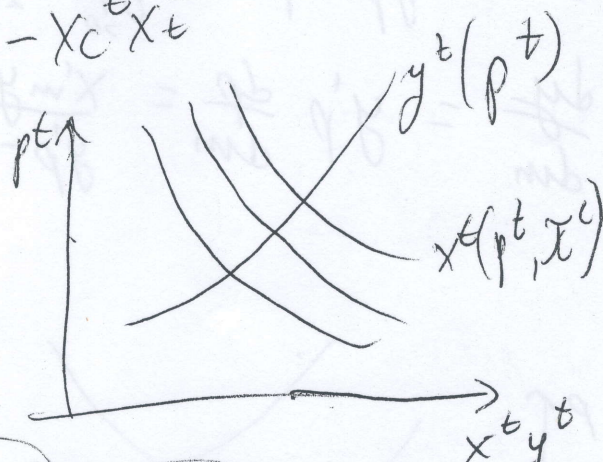
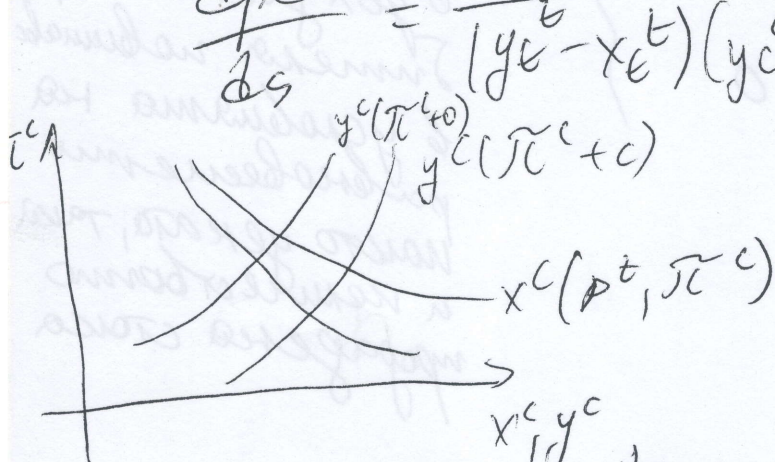
$$(c - coffee - кафе)$$

$$(2) y^c(p^c) = x^c(p^t, \pi^c)$$

$$\left. \begin{aligned} y_t^t \frac{dp^t}{ds} &= x_t^t \frac{dp^t}{ds} + x_c^t \left(\frac{dp^c}{ds} - 1 \right) \\ y_c^c \frac{dp^c}{ds} &= x_t^c \frac{dp^t}{ds} + x_c^c \left(\frac{dp^c}{ds} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp^t}{ds} = \frac{-x_c^t y_c^c}{(y_t^t - x_t^t)(y_c^c - x_c^c) - x_c^t x_t^c}$$

$$\frac{dp^c}{ds} = \frac{-(y_t^t - x_t^t) y_c^c}{(y_t^t - x_t^t)(y_c^c - x_c^c) - x_c^t x_t^c}$$



Знаменателен $\Delta = y_t^t y_c^c \underbrace{(-x_t^t x_c^c)}_{\oplus} - \underbrace{y_c^c x_t^t}_{\oplus} + \underbrace{x_t^t x_c^c}_{\oplus} - \underbrace{x_c^t x_t^c}_{\oplus}$

НО $x_t^t x_c^c > x_c^t x_t^c \rightarrow$ как цената на t зависи от c
 $\hookrightarrow$ как цената на t зависи от c

$$\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \frac{dp^t}{ds} < 0 \text{ и } \frac{dp^c}{ds} < 0$$

Така се въздействено от субсидирането на кафеето в/у цената на чай е спаднала.
 Намалява се цената за консуматорите както на кафето така и на чая.

Еластичност

Ако предлагането на една стока е измерва в тона, а цената в евро, то от $y'(p) = 4 \Rightarrow$ се нарастването от 1 евро на цената би трябвало да увеличи предлагането приблизително с 4 тона. Нарастването на цената с 1 евро е голямо ако цената на стоката е 3 евро и е малко ако цената е 250 евро.

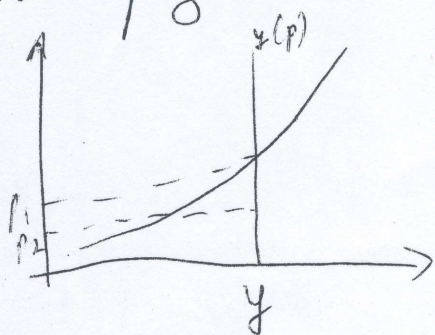
Аналогично нарастването на предлагането с 4 тона е голямо ако текущото предлагане е 10 тона, но е малко ако то е 2000 тона.

За това дефинираме $e_{yp} = \frac{p}{y} \frac{dy}{dp}$ - еластичност

$$\lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{p}{y} \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{\Delta p}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{p}{y} \frac{1}{p} \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta p} = \frac{p}{y} y' = e_{yp}$$

премерени нараствания

на предлагането по отношението на цената



Еластичност на предлагането и търсенето

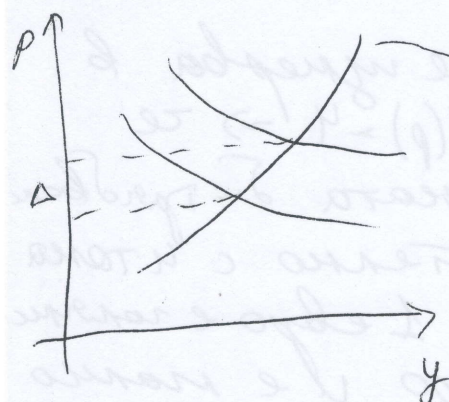
Ако търсенето намаляе $p < p_1$

За $x(p, m)$ дефинираме ценова еластичност на търсене $e_{xp} = \frac{p}{x} \frac{\partial x}{\partial p}$ и доходна еластичност на търсенето $e_{xm} = \frac{m}{x} \frac{\partial x}{\partial m}$

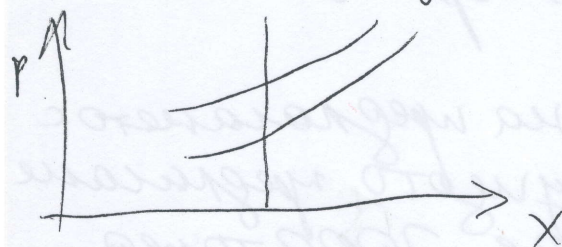
Пример: Рибарят има ниска еластичност, защото

наиваго и да е цената, той играва.

Кръвосамаа еластичност на търсенето на
той откосно цената на кафеа е $\epsilon_{x^t}^t = \frac{\pi^t}{x^t} \frac{\partial x^t}{\partial \pi^t}$



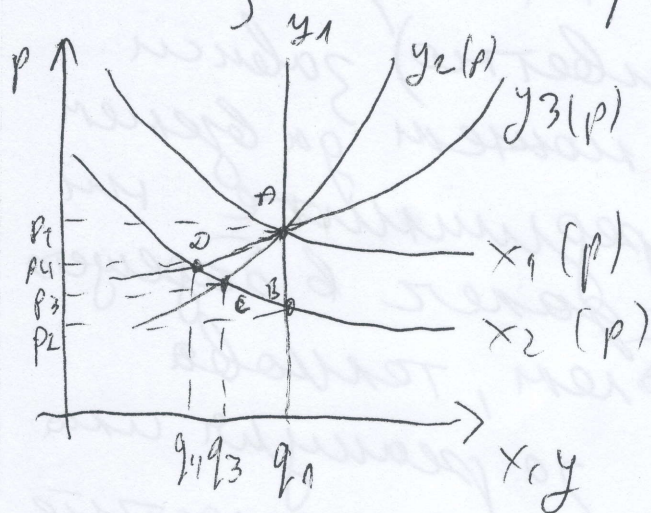
целното по-сигурна, толкова
по-голяма еластичност



Курева еластичност
на потребителя. Това
е когато на 1 цена пот-
ребителя трябва да купи нещо.

Еластичност в близка и далечна перспектива

Къс период - не може да реагира на промяната
дълъг период - реагира на промяната
(не са фиксирани, примерно годишна и 3месечна,
а зависят от решенията, които се вземат)



Пример: За рибаря

1) Терсенето за из-
вестно време е било
 $x_1(p)$ и $\Rightarrow$ равновесие в т. А.
Така предлаганото количество

е q_1 на цена p_1

2) Сег терсенето намалява (например Турция
фирманска криза) и $\Rightarrow$ терсенето става $x_2(p)$
Количеството е q_1 , но цената трябва да бъде
намалена на p_2 (защото е по-добре да се
продаде рибата, малко и на по-ниска цена,
отколкото да се хвърли) Еластичността е 0

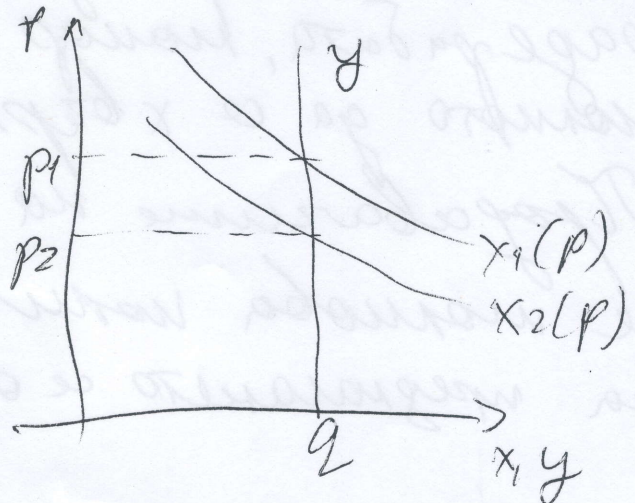
3) Продавачите на рибата няма да приемат
вече толкова количество, а ще го намалят
Така предлагането се отнася с $y_2(p)$ и равнове-
сие е в т. D

Заради ниската цена, малите магазини могат да се откажат да предлагат рибата и да започнат да продават зеленчуци. Количеството на предлагането пада и равновесието се премества по кривата на търсенето в ТД

4) Така кривата на предлагането става $Y_3(p)$, която е и по-еластична.

Извод: Еластичността на търсенето (и на предлагането съответно) зависи от решенията, които можем да вземем сега, в зависимост от предприемите ни решения т.е. Колкото по-далеч в бъдещето можем да поставим проблема, толкова повече възможности за реакция има и $\Rightarrow$ ще бъдат по-големи еластичностите

Рента - когато продавача е в постоянен и с период дава по-наем нито (минимално) не можем да намалим количеството (или цената). Тук предлагането не зависи от цената.



фирма максимизира печалбата

p - цена на продукцията
 w - цена на входните с.

$\max_{z_1, z_2} \{ p \cdot y - w \cdot z \} \rightarrow$ максимално производство

Вариране z

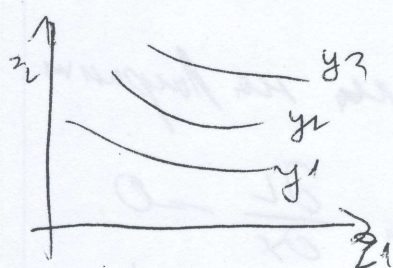
$\max_z \{ p \cdot f(z_1, \dots, z_n) - (w_1 z_1 + \dots + w_n z_n) \}$

Необходимо усл. $\frac{\partial F}{\partial z_i} = 0 \quad i = 1, \dots, n$

F - печалбата по π
 произведението е достижимо

Двете първи произведения са нули, но не
 нито $\max$ нито $\min$ (сравнителни точки)

за това допълнението F - вкл. по π пром
 и $\frac{\partial F}{\partial z_i} = 0$ е НРЧ за $\max$



линии на ниво
 за π точки ф-ята има
 еднаква ст-ст

$p \frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i \rightarrow$ маргинален продукт
 т.е. с колко ще се произведе повече ако
 добавим малко от продуктите.

$\max_{z_1, z_2} \{ 6 z_1^{1/2} z_2^{1/3} - 3 z_1 - z_2 \}$

$$\begin{cases} 3z_1^{-\frac{1}{2}} z_2^{\frac{1}{3}} = 3 \\ 2z_1^{\frac{1}{2}} z_2^{-\frac{2}{3}} = 1 \end{cases}$$

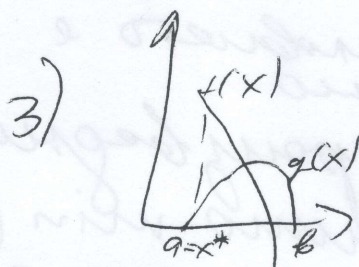
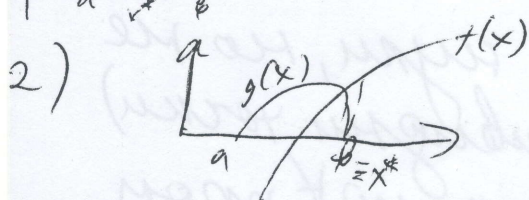
това са гравитационните процеси.

$$\begin{cases} z_1^{-\frac{1}{2}} z_2^{\frac{1}{3}} = 1 \\ 2z_1^{\frac{1}{2}} z_2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow z_2^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow z_2 = 8$$

$$\Rightarrow 2z_1^{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow z_1^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow z_1 = \frac{1}{4}$$

Трябва да се провери това, което е произведението
Затова не винаги се произвежда екстремна стойност
1) или $f(x), g(x) \geq 0$ $f(x), g(x)$ вярват
Метод на Лагранж

$f(x)$ има макс. точка в $\{a, b\}$



Теорема x^* е р-е на $f(x)$ $\Leftrightarrow$ или ① $x^* \in \{a, b\}$
и $f'(x^*) = 0$, или ② $x^* = b$ и $f'(x^*) > 0$ или
③ $x^* = a$ и $f'(x^*) < 0$

$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda g(x)$ λ -множител на Лагранж
има такова λ че да намерим x^*

1) $\lambda^* = 0$ тогава $\max L(x, 0) = f(x)$ и $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$

2) $\lambda^* = -\frac{f'(x)}{g'(x)} > 0$ тогава $\max L(x, \lambda^*) = f(x) - \frac{f'(x)}{g'(x)} g(x)$

$\frac{\partial L}{\partial x} \lambda^* = 0$ и 3) $\lambda = -\frac{f'(x)}{g'(x)} > 0$ същото

Теорема Ако x^* е р-е на $f(x)$, то $\exists \lambda^* \geq 0: L(x, \lambda^*)$

или ① $\frac{\partial L}{\partial x}(x^*, \lambda^*) = 0$ или ② $\lambda^* \geq 0$ или ③ $\lambda^* g(x^*) = 0$

или ④ $g(x^*) \geq 0$ (условия на Куна-Такер)
 $L(x^*, \lambda^*) \geq L(x, \lambda^*) \Rightarrow f(x^*) + \lambda^* g(x^*) \geq f(x) + \lambda^* g(x)$

или ⑤ $f(x^*) \geq f(x) + \lambda^* g(x)$ $\Rightarrow$ ② $\rightarrow f(x^*) \geq f(x)$. Придобавяне

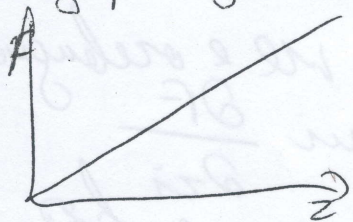
Възвращаемост спрямо мащаба и началните елементи

Поведение на потребителя $\equiv$ с фирма
фирма - човек или група хора даващи
продукция y

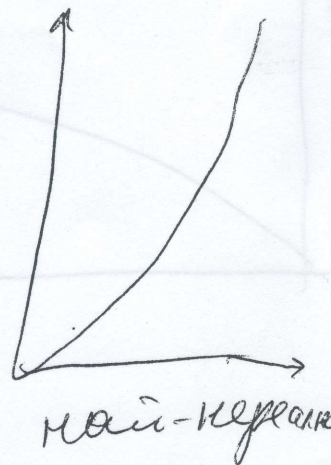
$y, z = (z_1, \dots, z_n)$ вектора суровини (входни ел.)
 $y = F(z) \rightarrow$ връзка м/у крайната продукция
и входните елементи. F е производствена ф-я
При $k > 1$ $F(kz) > F(z)$ // Примерно с 4 яйца
но $k = 1.5 \Rightarrow 6$ яйца 1.5м. брашно $\Rightarrow$ 1 кекс
 $\Rightarrow$ кекс и $1/2$

$w = (w_1, \dots, w_n)$ - цените на входните ел.
Входни ел. са: зехенция, труд, машини,
суровини, помещения.

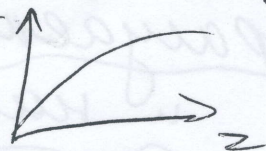
За $F(z)$ Нека $k > 1$ $F(kz) = k F(z)$
производствената ф-я има постоянна
възвращаемост спрямо мащаба.



Ако $F(kz) > k F(z)$
нарастваща въз-
вращаемост спрямо
мащаба $\Rightarrow$



Ако $F(kz) < k F(z)$ намаляваща възвращаемост относително мащаба $\Rightarrow$

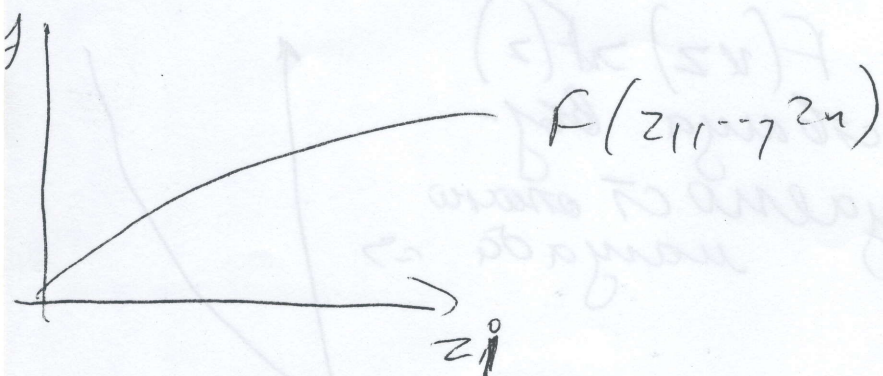


$F(z_1, z_2) = z_1^{\frac{1}{2}} z_2^{\frac{1}{2}}$ ф-та на Коб-Дглас
 Т.е при 4 единици от първия фактор
 и 4 от втория мат. ел. фирмата
 може да произведе 4 единици готова
 продукция
 $(kz_1)^{\frac{1}{2}} (kz_2)^{\frac{1}{2}} = k z_1^{\frac{1}{2}} z_2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow F(kz) = k F(z)$

$$y = F(z_1, \dots, z_n)$$

Ако z_i се променят, а k останали ел. останат
 постоянни промяната в y ще се изрази
 с $\frac{\partial F}{\partial z_i}$ или $F_i \rightarrow$ маргинален продукт на
 входния ел. i

Ф-та св-вото $\frac{\partial F}{\partial z_i}$ да намалява с нарас-
 тването на z_i (спадане възвращаемост
 относително вноса на входен ел. i)



Ако не е очевидно
 дали $\frac{\partial F}{\partial z_i}$
 намалява
 относително z_i
 се проверява $\frac{\partial^2 F}{\partial z_i^2} = \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{\partial F}{\partial z_i} \right]$

За спадане възвращаемост се изисква
 $\frac{\partial^2 F}{\partial z_i^2} \leq 0$

Минимизиране на разходите. Ф-ца на разходите
Интерпретация на множителя на Лагранж

$$\min_z \{ wz, F(z) = y \quad z = (z_1, \dots, z_n) \}$$

Ф-ца на Лагранж $L(z, \lambda) = wz + \lambda(y - F(z))$

$$\left| \frac{\partial L}{\partial z_i} = w_i - \lambda \frac{\partial F}{\partial z_i} = 0 \quad (y \text{ е const}) \right.$$

$$\left| \frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - F(z) = 0 \right.$$

$\Rightarrow n+1$
уравнения
за $n+1$ неизвестни

$$\frac{w_i}{\frac{\partial F}{\partial z_i}} = \lambda \quad \lambda - \text{множител на Лагранж}$$

$$\frac{w_i}{\frac{\partial F}{\partial z_i}} \text{ маргинален разход}$$

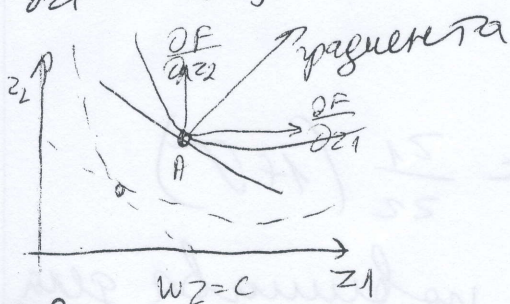
$$\frac{\partial F}{\partial z_i} \text{ маргинален продукт}$$

$$\lambda = \frac{w_i}{\frac{\partial F}{\partial z_i}} \text{ не е вярно}$$

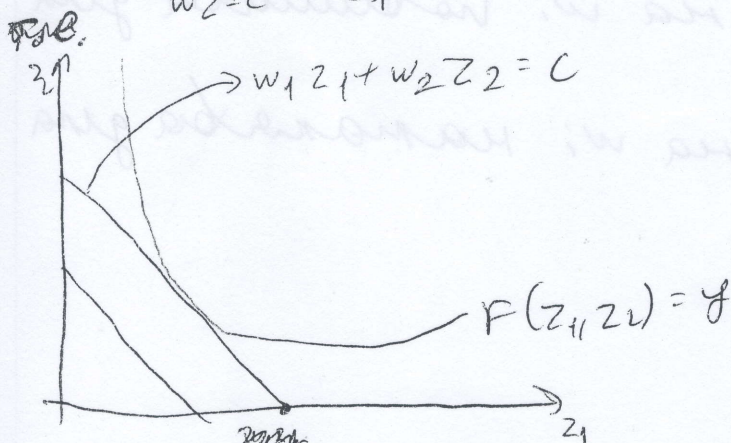
Да допуснем че

$$\frac{w_i}{\frac{\partial F}{\partial z_i}} > \frac{w_j}{\frac{\partial F}{\partial z_j}}$$

едното $\nearrow$ другото $\searrow$ заедно y е const



$F(z) = y$ Приравняваме
двата се допре до



Минимизация на
разходите при $F(z_1, z_2) = y$

$$F(z_1, z_2) = y \quad z_2 = z_2(z_1) \text{ т.е. ф-ия на } z_1$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_1} + \frac{\partial F}{\partial z_2} \cdot \frac{dz_2}{dz_1} = 0$$

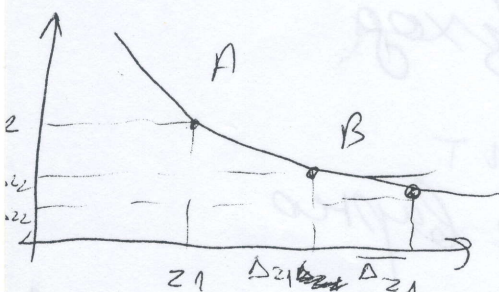
$$\frac{dz_2}{dz_1} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial z_1}}{\frac{\partial F}{\partial z_2}}$$

$$w_1 z_1 + w_2 z_2 = C$$

$$z_2 = -\frac{w_1}{w_2} z_1 \rightarrow \text{наклона}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\partial F}{\partial z_1}}{\frac{\partial F}{\partial z_2}} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$\text{т.е. } \frac{w_1}{\frac{\partial F}{\partial z_1}} = \frac{w_2}{\frac{\partial F}{\partial z_2}} = \pi$$



Мярта на заместване
на един входен елемент
с друг.

Намалващата мярта на заместване на z_1, z_2
Еластичност на заместването: как $\frac{z_1}{z_2}$ реагира на
изменението на $\frac{w_1}{w_2}$

$$\sigma = \frac{w_1/w_2}{z_1/z_2} \cdot \frac{d(z_1/z_2)}{d(w_1/w_2)} < 0$$

$$\frac{d(w_1 z_1 / w_2 z_2)}{d(w_1 / w_2)} = \frac{z_1}{z_2} + \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{d(z_1/z_2)}{d(w_1/w_2)} = \frac{z_1}{z_2} (1 + \sigma)$$

ако $\sigma > -1$ увеличението на w_i повишава деля
на когаталия елемент i

ако $\sigma < -1$ увеличението на w_i намалява деля
на когаталия елемент i

Ф-ия на разходите и интерпретация на множителя на Лагранж

$$w_i - \lambda \frac{\partial F}{\partial z_i} = 0 \quad (1)$$

$$y = F(z) \quad (2)$$

$\Rightarrow$ получаваме $z_1, \dots, z_n$ и λ , които зависят от w и y

Получаваме $z_1(w, y), \dots, z_n(w, y), \lambda(w, y)$

Действителността ст-ст на разходите за производство на y при минимизирани разходи е $\sum_{i=1}^n w_i z_i(w, y)$ т.е. $c(w, y) = w z(w, y)$ ф-ия на разходите

където $z(w, y)$ е векторът $(z_1(w, y), \dots, z_n(w, y))$ и $c(w, y)$ е минималният разход при дадени w и y

Пример: При 2 фактора ел. $c(w_1, w_2, y) = w_1 z_1(w_1, w_2, y) + w_2 z_2(w_1, w_2, y)$

$\lambda(w, y)$ е множителя на Лагранж

$$\frac{\partial c(w, y)}{\partial y} = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y}$$

$$\text{от (1)} \Rightarrow \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y} = \lambda \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial z_i} \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y}$$

$$\text{от (2)} \Rightarrow 1 = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y} \quad (\text{нез. диференциране по } y)$$

$$\text{От изказаното дотук} \Rightarrow \frac{\partial c(w, y)}{\partial y} = \lambda(w, y)$$

Т.е стойността на множителя на Лагранж представлява въздействието в/у разходите, предизвикано от изменението в количеството на произведената продукция, т.е. той измерва маргиналните разходи на готовата продукция

Пример за минимизиране на разходите

$$\min_z \{wz, F(z)=y\}$$

$$\min_{z, \lambda} (L(z, \lambda) = wz + \lambda(y - F(z)))$$

$$\begin{cases} w_i = \lambda \frac{\partial F}{\partial z_i} & i=1 \dots n \\ y - F(z) = 0 \end{cases} \Rightarrow z_i(w, y) \quad i=1 \dots n$$

ф-ия на разход $C(w, y) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot z_i(w, y)$

Решаване задачата за минимум

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(w, y)}{\partial y} &= \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y} = \lambda \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial z_i} \cdot \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y} = \\ &= \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = \lambda \cdot 1 = \lambda \end{aligned}$$

Цена производствената ф-ия е $z_1^\alpha z_2^{1-\alpha}$
фирмата иска да произведе y , а цените на началните елементи са w_1, w_2

$$\min (w_1 z_1 + w_2 z_2) \text{ при } y = z_1^\alpha z_2^{1-\alpha}$$

$$L(z_1, z_2, \lambda) = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \lambda(y - z_1^\alpha z_2^{1-\alpha})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} w_1 - \lambda \alpha z_1^{\alpha-1} z_2^{1-\alpha} = 0 \\ w_2 - \lambda (1-\alpha) z_1^\alpha z_2^{-\alpha} = 0 \\ y - z_1^\alpha z_2^{1-\alpha} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w_1 = \lambda \alpha y / z_1 \\ w_2 = \lambda (1-\alpha) y / z_2 \\ y = z_1^\alpha z_2^{1-\alpha} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow z_1(w_1, w_2, y) &= \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{w_2}{w_1} \right)^{1-\alpha} y \\ z_2(w_1, w_2, y) &= \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{w_1}{w_2} \right) \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{w_2}{w_1} \right)^{1-\alpha} y = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 \frac{w_1^2}{w_2} y \end{aligned}$$

$$\lambda(w_1, w_2, y) = \left(\frac{w_1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{w_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \text{ така че}$$

$$C(w_1, w_2, y) = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{w_2}{w_1} \right)^{1-\alpha} \left(w_1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} w_1 \right) y = \left(\frac{w_1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{w_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} y$$

Максимизиране на печалбата при известна разходна функция.

В-ва на ф-иите на преобразяване и търсене

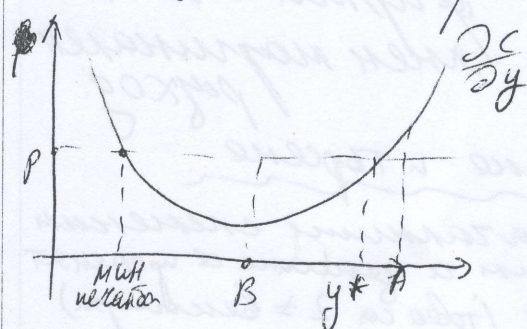
Максимизиране на печалбата при известна разходна ф-ия

$$\max_{y, z} \{ (py - wz) \} \text{ при условие че } y = F(z)$$

т.е. $\max_y \{ py - c(w, y) \}$ Това е максимизиране с 1 променлива което е по-лесно

За намирането на $\max$ трябва производната на печалбата относно y да е 0

$$p - \frac{\partial c(w, y)}{\partial y} = 0 \quad \text{Това условие е достатъчно ако и втората производна е отрицателна} \quad -\frac{\partial^2 c(w, y)}{\partial y^2} < 0$$



y^* максималната печалба

В т. А маржиалният разход надвишава цената, т.е. производството на 1 допълнителна единица увеличава разхода повече, отколкото е прихода при продажбата ѝ на цена $p \Rightarrow$ печалбите ще $\downarrow$ при $\downarrow$ на производството
В т. В би било добре да се увеличи производството

Пример: $y = z_1^{1/3} z_2^{2/3}$; p ; w_1 ; w_2

1) минимизиране разходите за производството на y

$$L(z_1, z_2, \lambda) = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \lambda (y - z_1^{1/3} z_2^{2/3})$$

$$\begin{cases} w_1 - \frac{1}{3} \lambda z_1^{-2/3} z_2^{2/3} = 0 \\ w_2 - \frac{2}{3} \lambda z_1^{1/3} z_2^{-1/3} = 0 \\ y - z_1^{1/3} z_2^{2/3} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} z_1(w_1, w_2, y) &= y^{6/5} \left(\frac{2w_2}{3w_1} \right)^{3/5} \\ z_2(w_1, w_2, y) &= y^{6/5} \left(\frac{2w_1}{3w_2} \right)^{2/5} \end{aligned}$$

$$c(w_1, w_2, y) = 5 y^{6/5} \left(\frac{w_1}{2} \right)^{3/5} \left(\frac{w_2}{3} \right)^{2/5}$$

$$\pi(w_1, w_2, y) = 6 y^{1/5} \left(\frac{w_1}{2} \right)^{3/5} \left(\frac{w_2}{3} \right)^{2/5} \quad (= \frac{\partial c(w_1, w_2, y)}{\partial y})$$

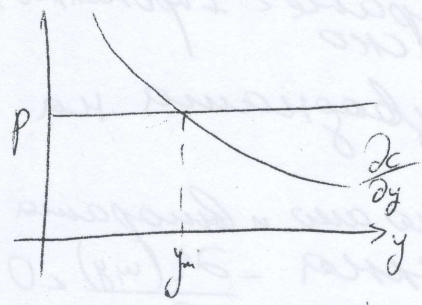
2) максимизиране печалбата, която е

$$py - 5 y^{6/5} \left(\frac{w_1}{2} \right)^{3/5} \left(\frac{w_2}{3} \right)^{2/5} \Rightarrow p - 6 y^{1/5} \left(\frac{w_1}{2} \right)^{3/5} \left(\frac{w_2}{3} \right)^{2/5} = 0$$

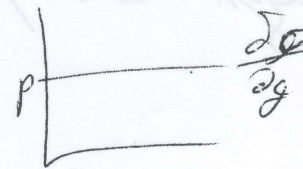
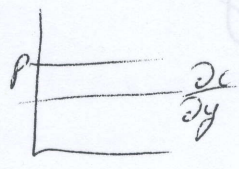
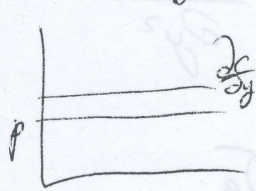
$$U_{\text{max}}: y(p, w_1, w_2) = \left(\frac{p}{6}\right)^5 \left(\frac{w_1}{2}\right)^{-2} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{-3}$$

$$z_1(p, w_1, w_2) = \left(\frac{p}{6}\right)^6 \left(\frac{w_1}{2}\right)^{-3} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{-3}$$

$$z_2(p, w_1, w_2) = \left(\frac{p}{6}\right)^6 \left(\frac{w_1}{2}\right)^{-2} \left(\frac{w_3}{3}\right)^{-4}$$



фирма с намаляващи маргинални разходи.



фирма с постоянен маргинален разход.

Св-ва на ф-ите на предлагане и търсене

$z(w, y)$ спрямо w ?
 $w^1 \rightarrow z^1(w^1, y)$ p -е за мн
 $w^2 \rightarrow z^2(w^2, y)$
 $w^1 z^1 \leq w^1 z^2$
 $w^2 z^2 \leq w^2 z^1$

w - цените на пазарните елементи
 Да предположим че цените се променят от w^1 на w^2 (това са 2-вектора)

$$\Rightarrow w^1 z^1 + w^2 z^2 \leq w^1 z^2 + w^2 z^1$$

$$w^1(z^1 - z^2) + w^2(z^2 - z^1) \leq 0$$

$$(z^1 - z^2)(w^1 - w^2) \leq 0$$

Нека предположим $w^1 = w^2$ без w_i т.е $w_i^1 \neq w_i^2 \Rightarrow (w_i^1 - w_i^2)(z_i^1 - z_i^2) \leq 0$

$\Rightarrow$ за $\forall i \quad \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial w_i} \leq 0$

когато цената $\downarrow$ търсенето $(\frac{\partial z}{\partial w} \leq 0)$

При 2 $\frac{\partial z_2}{\partial w_1} \geq 0$ и $\frac{\partial z_1}{\partial w_2} \geq 0$

За $\forall i \neq j \quad \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial w_j} = \frac{\partial z_j(w, y)}{\partial w_i}$

Как крайната продукция се влияе от цената на пазара
 $p^1 w^1 \rightarrow y^1 z^1$
 $p^2 w^2 \rightarrow y^2 z^2$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} p^1 y^1 - w^1 z^1 \geq p^1 y^2 - w^1 z^2 \\ p^2 y^2 - w^2 z^2 \geq p^2 y^1 - w^2 z^1 \end{pmatrix} + w\text{-фиксирано} \Rightarrow (p^1 - p^2)(y^1 - y^2) \geq 0$$

$\frac{\partial y}{\partial p} \geq 0$ ф-ята на предлагането е нарастваща ф-ия на цената на готовата продукция

p -const $\Rightarrow \frac{\partial z_i}{\partial w_i} \leq 0$ ф-ята на търсенето е намаляваща
 ф-ия на цената на даден пазарен елемент.

$$\frac{\partial z_i(p, w)}{\partial p} = \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial y(p, w)}{\partial p}$$

$$\frac{\partial z_i(p, w)}{\partial w_i} = - \frac{\partial z_i(p, w)}{\partial p} \Rightarrow \frac{\partial z_i(p, w)}{\partial w_i} \leq \frac{\partial z_i(w, y)}{\partial w_i} \leq 0$$

Максимизиране на печалбата в SR. Криви на разходите.

Разликата между "краткотраен период" (short run SR) и "продължителен период" (long run LR) се изразява в това дали фирмите (или потребителите) са били ограничени от техните лични решения, за да вземат настоящите м.

В този смисъл ограничение съществува, ако има фиксирани начални стоки. Тоя краткотрайния период, е период, в който ^{начално} началните стоки са фиксирани, докато в LR $\forall$ стоки са променливи.

За някои фирми не $\exists$ SR (акретарски услуги). За други няма истински продължителен период (фирми с неизменно фиксиран начален сток).

Няма разгледаме фирма, произвеждаща краен продукт y от 2 начални продукта z_1 и z_2 . Ако z_2 е фиксирано, то

$y = F(z_1, z_2)$ произв. ф-ия е ф-ия на 1 променлива
 $z_1 = z_1(y, z_2) \Rightarrow c(w_1, w_2, y, z_2) = w_1 z_1(y, z_2) + w_2 z_2$

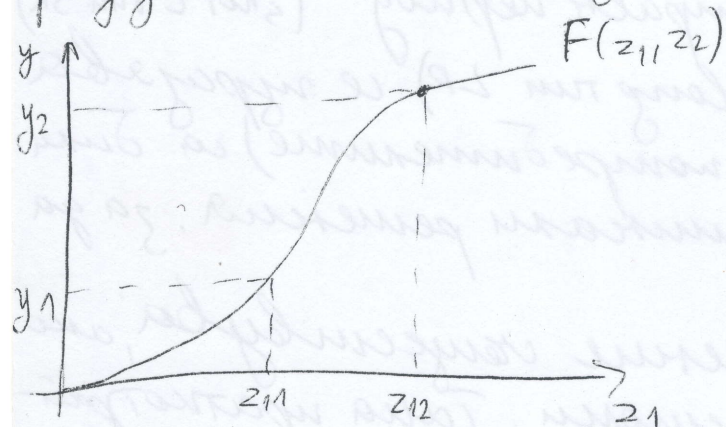
$w_1 z_1(y, z_2)$ са променливите разходи,
а $w_2 z_2$ са постоянните разходи

Среден приход в SR е $\frac{c(w_1, w_2, y, z_2)}{y} = SRAC$

Маргиналният разход в SR е $\frac{\partial c(w_1, w_2, y, z_2)}{\partial y}$

а средния променлив разход в SR $\frac{w_1 z_1(y, z_2)}{y} = AVC$

Има разредане производствена ф-ия. Възвръщае максимално променливите нат. продукти се е намаляваща при ниски нива на крайните продукти, а само започва да намалява след дадена точка.



натиснута ф-ия

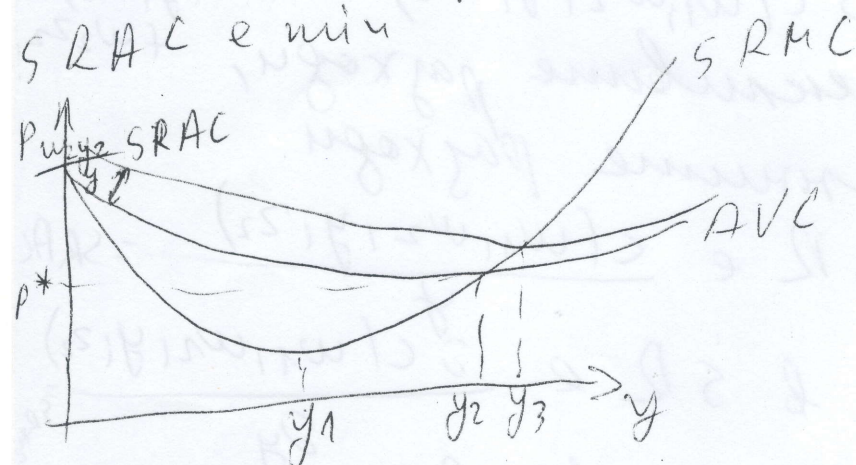
Размната и/у AVC и SRAC се забавя чрез $w_1 z_2 / y$, която намалява с нарастването на y .

$$y \frac{d}{dy} \left(\frac{c(y)}{y} \right) = y \frac{c'(y) \cdot y - c(y)}{y^2} = \frac{dc(y)}{dy} - \frac{c(y)}{y}$$

маржинални разходи средни разходи

Когато $c(y)$ е разходът в SR

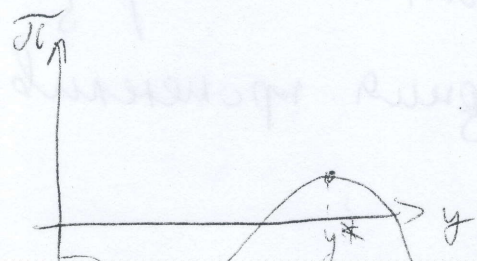
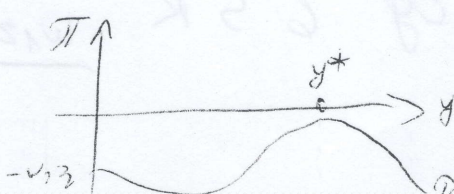
$\Rightarrow y \frac{\partial}{\partial y} (SRAC) = SRMC - SRAC$, когато ако $c(y)$ е променливият разход $\Rightarrow y \frac{\partial (AVC)}{\partial y} = SRMC - AVC$ и $SRMC = AVC$ при y_2 и $SRMC = SRAC$, когато $SRAC$ е min



При $z_2 = \text{const}$

$$\pi = py - w_1 z_1 - w_2 z_2$$

max π



Така получаване $p = \frac{\partial \pi}{\partial y} = SRMC$ и $\pi(y) \geq -w_2 z_2$
 (номина при $y=0$ $\pi(0) = -w_2 z_2$)
 ако $\max$ в y^*

$$p y^* - w_1 z_1 - w_2 z_2 \geq -w_2 z_2$$

$$p y^* - w_1 z_1 \geq 0$$

$$p > \frac{w_1 z_1}{y^*} = AVC$$

$\Rightarrow$ цената трябва да надвишава средните
 променливи разходи.

В LR z_1 и z_2 се избират така, че да
 минимизират $w_1 z_1 + w_2 z_2$, при условие $f(z_1, z_2) \geq y$

$$w_1 z_1(w_1, w_2, y) + w_2 z_2(w_1, w_2, y) \leq w_1 z_1(y, z_2) + w_2 z_2$$

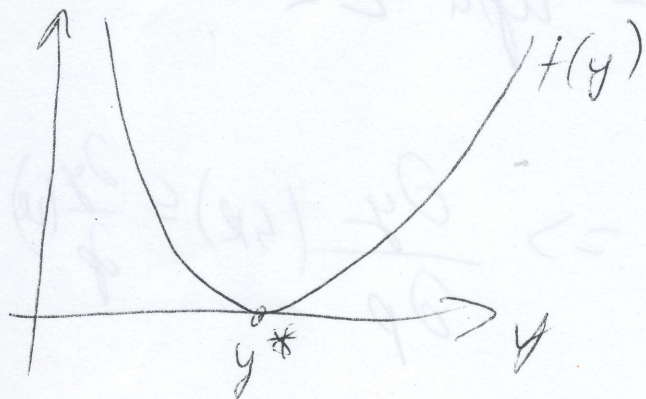
т.е. $c(w_1, w_2, y) \leq c(w_1, w_2, y, z_2) \quad / \cdot \frac{1}{y}$

$$LRAC \leq SRAC$$

Като $f(y) = c(w_1, w_2, y, z_2) - c(w_1, w_2, y)$ е раз-
 ната м/у разходите в SR и LR $\Rightarrow$

$$f(y) \geq 0 \text{ и } f(y^*) = 0$$

$$f'(y^*) = 0 \text{ и } f''(y^*) \geq 0$$



$$\frac{df}{dy} y^* = \frac{\partial c(w_1, w_2, y, z_2)}{\partial y}$$

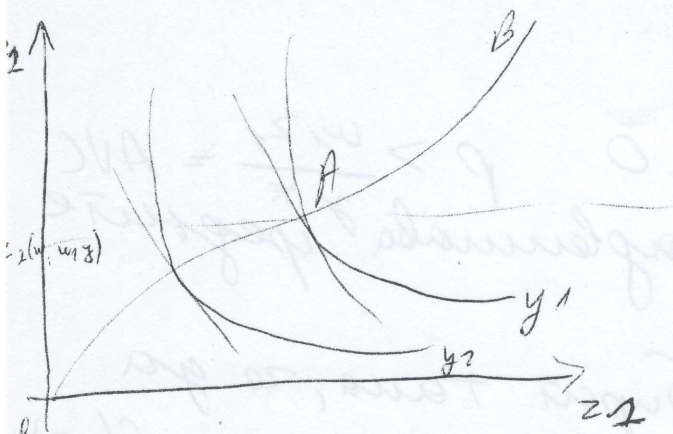
$$\frac{\partial c(w_1, w_2, y)}{\partial y} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial c(w_1, w_2, y, z_2)}{\partial y} = \frac{\partial c(w_1, w_2, y)}{\partial y}$$

$$0 \text{ и } f''(y^*) \geq 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 c(w_1, w_2, y, z_2)}{\partial y^2} \geq \frac{\partial^2 c(w_1, w_2, y)}{\partial y^2}$$

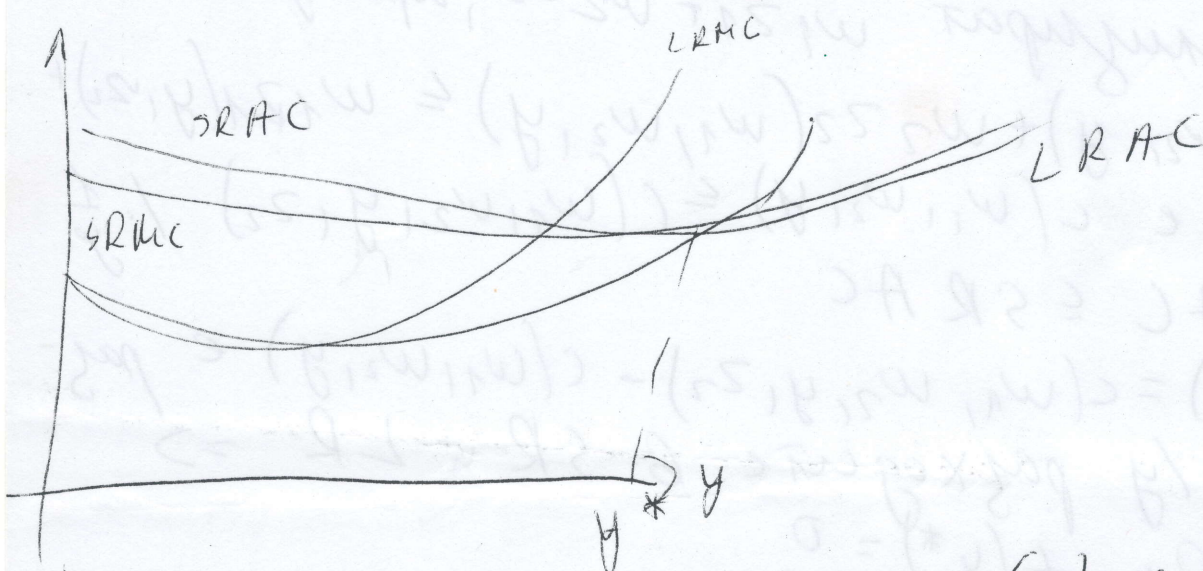
SR LR

линии на ниво:



В SR формата може да променя крайната стока само по хоризонтално $z_2 = z_2(w_1, w_2, y_1)$

В продължителен период тя променя крайната стока



Ф-ите на предпоставата $y(p)$ се дефинират чрез $p = \frac{\partial c}{\partial y} = \begin{cases} SRMC & \text{при SR} \\ LRMC & \text{при LR} \end{cases}$

Дефиниране p

$$1 = \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = \frac{dy}{dp} \quad \text{и} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial p}(SR) \leq \frac{\partial y}{\partial p}(LR)$$

максимизиране на печалбата в LR фирмата
и отрасъла. Свкупост на ф-ия на печалбите
максимизиране на печалбата
 $\max_{y,z} \{py - wz\}$ при $y = f(z) \Leftrightarrow \max_y \{py - c(w,y)\}$

$$\begin{cases} p - \frac{\partial c(w,y)}{\partial y} = 0 \\ - \frac{\partial^2 c(w,y)}{\partial y^2} < 0 \\ py - wz(w,y) \geq 0 \end{cases}$$

Трите условия показват че кривата на предлагането в LR е частта от нарастващата крива LRMC, която е над кривата LRAC (LRMC и LRAC означават маргиналните разходи и средните разходи в LR)

Примера от следващата страница

фирмата и отрасъла

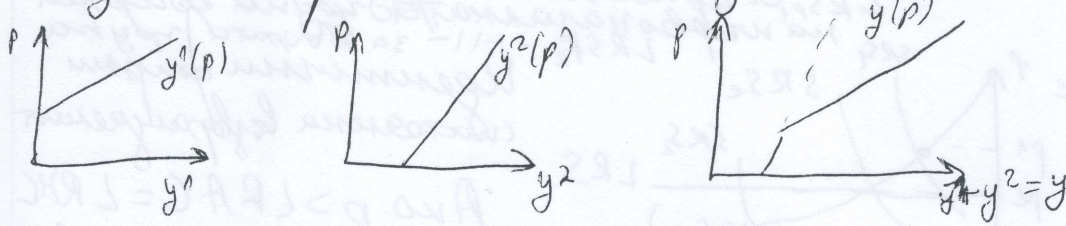
Има много сходни по дейност фирми, които произвеждат един и същ крайни стоки

Отрасъл - N фирми, които произвеждат един и същ тип крайни стоки

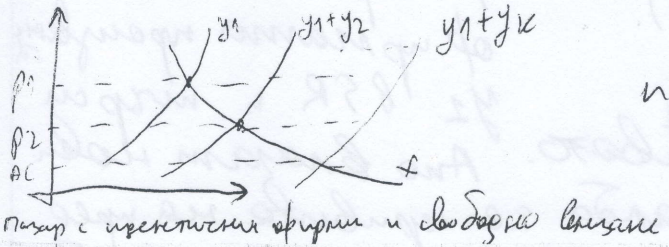
$x(p)$; $x'(p) < 0$ т.е. по-малко фирми ще купуват повече когато цената $\downarrow$ и по-малко когато цената $\uparrow$

F фирми $f=1, \dots, F$ с ф-ия на предлагането $y^f(p)$ на фирмата f
то общото предлагане е: $y(p) = \sum_{f=1}^F y^f(p)$

Вход в отрасъла: свободен и несвободен



Сумиране на кривки на предлагането



N фирми ще работят за дава печалба

Пример: $y = z_1^{\frac{1}{2}} + z_2^{\frac{1}{2}}$

LR $\min_{z_1, z_2} \{ w_1 z_1 + w_2 z_2 + \lambda (y - z_1^{\frac{1}{2}} - z_2^{\frac{1}{2}}) \}$

$w_1 = \frac{1}{2} \lambda z_1^{-\frac{1}{2}}$
 $w_2 = \frac{1}{2} \lambda z_2^{-\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$

$\Rightarrow z_2 = \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 z_1$

$y = z_1^{\frac{1}{2}} + z_2^{\frac{1}{2}}$

$z_1(w_1, w_2, y) = y^2 \left(\frac{w_2}{w_1 + w_2} \right)^2$

$z_2(w_1, w_2, y) = y^2 \left(\frac{w_1}{w_1 + w_2} \right)^2$

$c(w_1, w_2, y) = y^2 \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$

max печалба $p = \frac{\partial c}{\partial y} = 2y \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$

$y(p, w_1, w_2) = p \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2}$

$z_1(p, w_1, w_2) = \left(\frac{p}{2w_1} \right)^2$; $z_2(p, w_1, w_2) = \left(\frac{p}{2w_2} \right)^2$

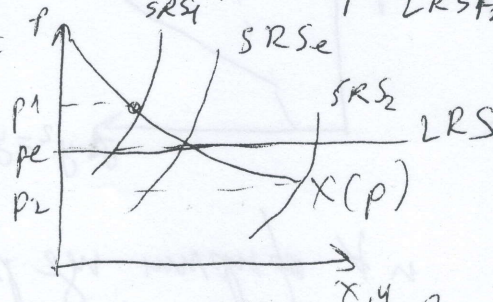
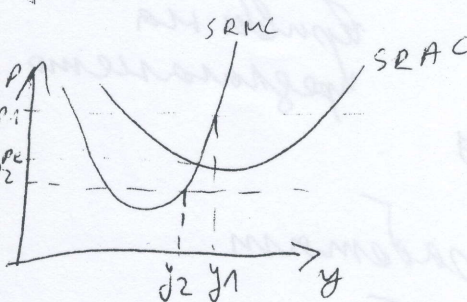
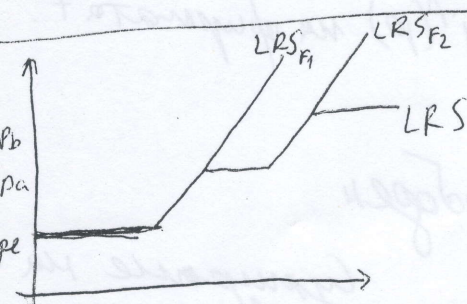
$py - w_1 z_1 - w_2 z_2 = p^2 \frac{w_1 w_2}{4(w_1 + w_2)} > 0 \Rightarrow$ ще има печалба

печалбата

В SR $c(w_1, w_2, y, z_2) = w_1 (y - z_2^{\frac{1}{2}})^2 + w_2 z_2$

$p = \frac{\partial c}{\partial y} = 2w_1 (y - z_2^{\frac{1}{2}})$ $y(p, w_1, z_2) = \frac{p}{2w_1} + z_2^{\frac{1}{2}}$

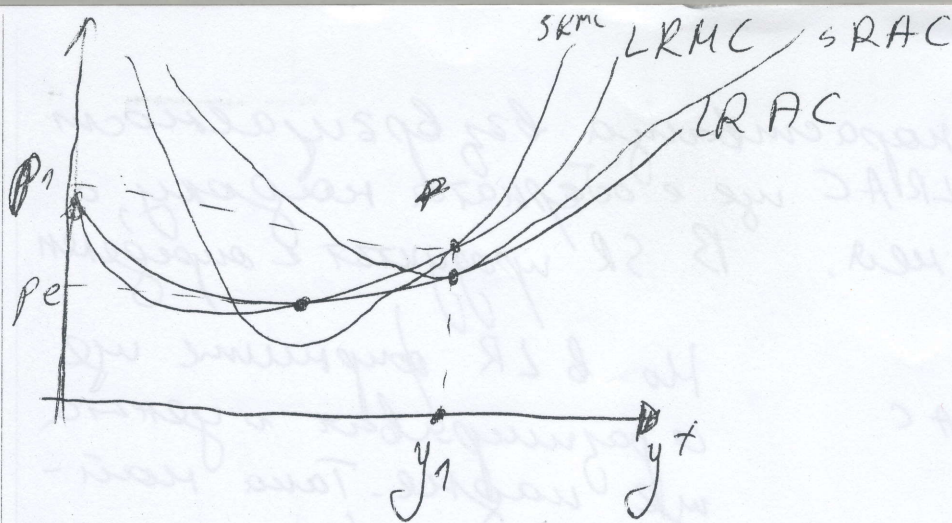
$z_1(p, w_1, z_2) = \left(\frac{p}{2w_1} \right)^2$



свободно влияние на конкурентни фирми
 и фирми имат U-образни криви на
 средните разходи в LR, които
 в общия случай не са идентични
 LRS1 - кривата на предлагането в LR
 на първоначалната група фирми
 LRS2 - " - за втората група
 конкурентни фирми
 състояна възбужданост

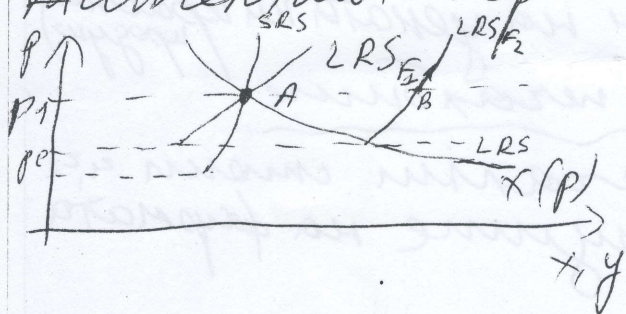
Ако $p > LRAC = LRMC$
 фирмата произвежда
 y_2 в SR и търси
 максимална печалба. Ако влязат нови
 фирми те също ще търсят максимална печалба т.е. кривите на пред-
 лагането в SR ще се преместят надясно. Производ-
 ството

увеличаване на производството. Ако влязат нови
 фирми те също ще търсят максимална печалба т.е. кривите на пред-
 лагането в SR ще се преместят надясно. Производ-
 ството



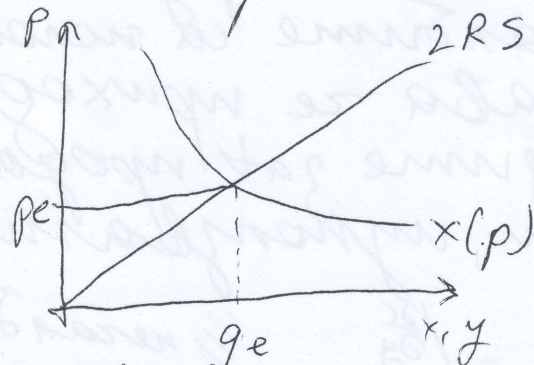
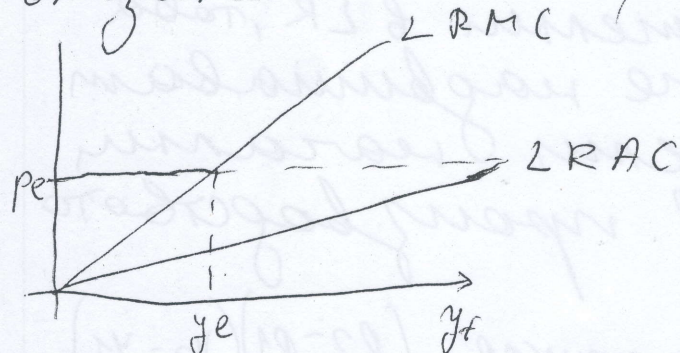
Всички фирми имат идентични U-образни криви на средните разходи в краткотрайния период и имат свободен вход в отрасъла.

При цена p_1 фирмата е в равновесие и произвежда продукция y_1 . Аноцимираме кривите на N фирми от отрасъла, получаване кривата на предлагането в SRS и в $LRSE_1$ (т.е. кривата на предлагането в краткотрайния период и кривата на предлагането в дълготрайния период)



Т.е. цената p_1 е равновесна за тези фирми, защото $X(p_1)$ е сумата на N предлагания на фирмите

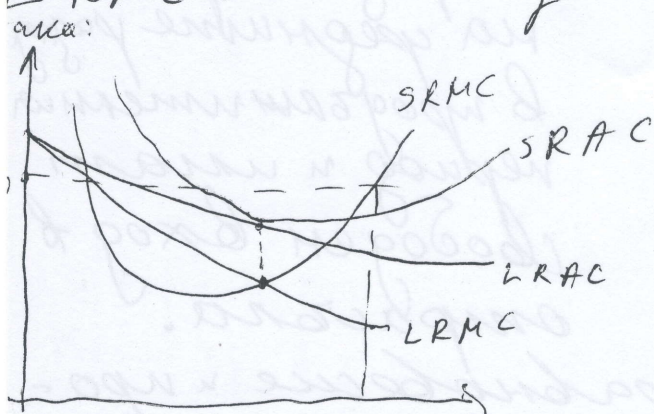
Ано определен брой фирми имат намаляващи възвръщаемости относно мащаба и няма възможност за нови фирми в отрасъла.



Равновесие на отделната фирма

Равновесие на пазара

Ако N фирми имат нарастваща възвръщаемост от износа, LRAC ще е обърната нагоре, а LRMC лежат под нея. В SR продуктът е определен



Но в LR фирмите ще се разширяват и цената ще падне. Така най-големите фирми ще имат най-ниски разходи $\rightarrow$ ще са най-печеливши

Но това е доста неправдоподобно.

извод: 1) Кривата на предлагането на отрасъла състои от конкуриращи фирми, ще бъде обърната нагоре в SR; маргиналният разход на крайната продукция ще е един и същ при N фирми (равен на цената на крайния продукт)
Бъзност на фирми на печалбите

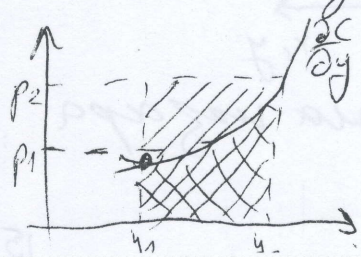
Нека фирмата използва 2 нагаланни стоки z_1, z_2
 z_2^A - и доставя от собствениците на фирмата
 z_2^B - и купува от фирмата

$$z_2 = z_2^A + z_2^B$$

печалба: $\pi^A = py - w_1 z_1 - w_2 z_2$

$$\text{или } \pi^A - w_2 z_2^A = py - w_1 z_1 - w_2 z_2 = \pi$$

Ако печалбите са положителни в LR, това означава че приходите надвишават разходите за продаваните нагаланни стоки, купувани в производството

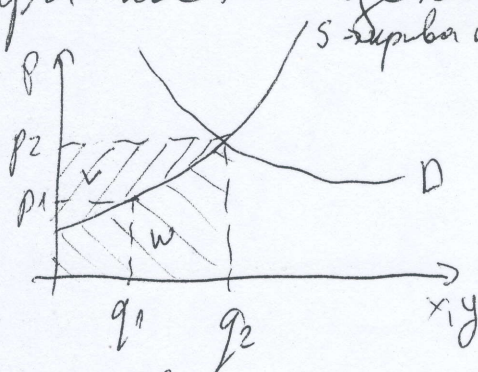


/// печалба
 xxx разход

$$\Rightarrow \text{приход } (p_2 - p_1)(y_2 - y_1)$$

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{\partial C}{\partial y} dy = C(y_2) - C(y_1)$$

Да разгледаме пазарът на един стока
Нека x е цената на марж. стени са фиксирани
и фирмата прерата крайна продукция на ниво
при което цената е равна на маржиналните
разходи



Технолози и монополистична рента

Една допълнителна единица
краен продукт би добавила
един и същ общ разход

независимо от това как фирмата го произвежда
Кривата на предплатените е кривата на маржиналния
разход на отрасъла.

Общият разход е
$$c = \sum_{t=1}^F c^t(w, y^t)$$

От максимизацията на печалбата $\Rightarrow$

$$p = \frac{\partial c^t(w, y^t)}{\partial y^t}, \quad t = 1, \dots, F$$

Общият краен продукт: $y = \sum_{t=1}^F y^t$

Приходът е $p_2 q_2$ т.е. $v + w \Rightarrow$ печалбата е $p_2 q_2 - \int_0^{q_2} \frac{\partial c(w, y)}{\partial y} dy$

$$= \int_0^{q_2} (p_2 - \frac{\partial c(w, y)}{\partial y}) dy$$
 т.е. областта V

Приходът се разделя на ^{или балансираща възможност} разход (променливите
разходи за производството т.е. w) и монополистична рента
(т.е. печалбата V)

Ако предположим че графиката прообразява
пазара на зидари, то за маржица p_1 има
мъже, които не е заинтересовано. На максимална
маржица то би предположило друга
работа (по-малко работи може да са $\neq$ приятни)
Т.е. цената p_2 е необходимата цена да убеди ра-
ботника, да се откаже от обичайните от друга работа.

функция на полезност

Да разгледаме поверението на потребителя. Той би искал да има храна, по-добра работа, повече свободно време и т.н.

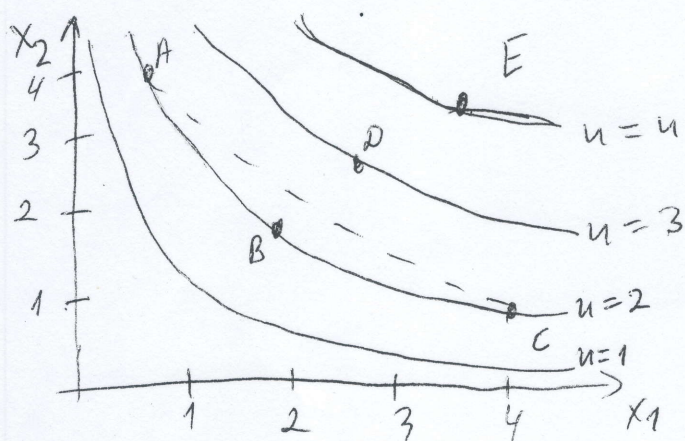
Парите не са ни фикс идея (освен ако няма немислителни проблеми). Те не са крайна цел, но са средство за осигуряване на по-добър живот.

✓ индивид има предпочитания към или между различна галерия от стоки. Един типичен потребител поставен пред дилемата какво стоки да използва от n дарежи, има предпочитания, които могат да бъдат изразени чрез ф-ията на полезност

$$U = U(x_1, \dots, x_n) = U(x)$$

където x е векторът от стоки

Ако $n=2$



--- е ф-ията на полезност

≡ - криви на безразличие

Свойства:

- 1) $U(kx) > U(x)$ при $k > 1$
- 2) $U(x)$ е неубывающа

За $u(x_1, x_2)$ кривината на кривата на безразличие то $u(x_1, x_2) = u$ е $\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_u = -\frac{u_1}{u_2}$

където $\frac{u_1}{u_2}$ е маргиналната норма на заместване
от 2) $\Rightarrow \frac{d(u_1/u_2)}{d(x_1/x_2)} \leq 0$

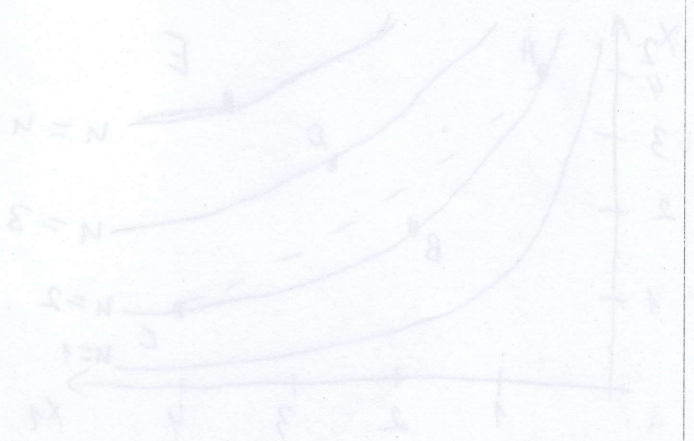
Пример за ф-ция на полезност $u(x_1, x_2) = x_1^d x_2^{1-d}$
За графиката $B \in A$ потребителят има максимална

$(1, 4)$, който му дава полезност 2

$B \in B \rightarrow (2, 2) \Rightarrow$ полезност 2

$B \in E \rightarrow (4, 4) \Rightarrow$ полезност 4

$\Rightarrow$ той е безразличен в избора си м/у A и B
и предпочитва E пред A и B



Максимизиране на полезността и ф-ии на търсенето

Ако потребителят има доход m
цените на стоките са $p = (p_1, \dots, p_n)$
 $\Rightarrow$ Бюджетното ограничение на потребителя
е $p_1 x_1 + \dots + p_n x_n \leq m \Leftrightarrow p x \leq m \quad m, p \text{ са const}$
 $\Rightarrow$ търсим $\max_x u(x)$ при $p x = m$

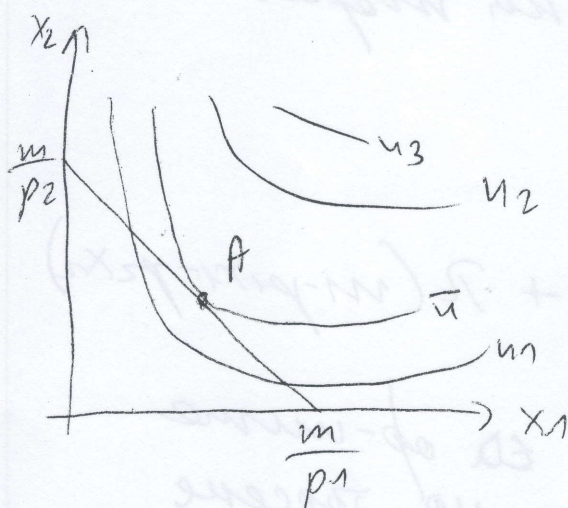
ф-ията на Лагранж: $L(x, \lambda) = u(x) + \lambda(m - p x)$
 $\max_{x, \lambda} \{ L(x, \lambda) = u(x) + \lambda(m - p_1 x_1 - \dots - p_n x_n) \}$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x_i} = \lambda p_i & i = 1, \dots, n \\ m = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_i}}{p_i}$$

ако $\frac{\frac{\partial u}{\partial x_i}}{p_i} < \frac{\frac{\partial u}{\partial x_j}}{p_j}$
① ②

то потребителят ще
пече по-малко от ①
и повече от ②
макс е когато са =



и е най-високата
крива на безразличие

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_2}}{\frac{\partial u}{\partial x_1}}$$

Функции $x_1(p, m), x_2(p, m), \dots, x_n(p, m)$ изведени от сметата за макс на полезността се наричат ф-ии на търсене (на потребителя)

Примери ① $U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad \alpha \in (0, 1)$

$$\max_{x_1, x_2, \lambda} \{ \alpha x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda (m - p_1 x_1 - p_2 x_2) \}$$

$$\begin{cases} \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} = \lambda p_1 & // \text{производната по } x_1 \\ (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha} = \lambda p_2 & // \text{ } \\ m = p_1 x_1 + p_2 x_2 & // \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha \frac{m}{x_1} = \lambda p_1 \\ \alpha \frac{m}{x_2} = \lambda p_2 \\ m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1(p, m) = \frac{\alpha m}{p_1} \\ x_2(p, m) = \frac{(1-\alpha)m}{p_2} \end{cases}$$

ф-ии на търсене на стоки

② $U(x) = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}}$

$$\max_{x_1, \lambda} \{ x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}} + \lambda (m - p_1 x_1 - p_2 x_2) \}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} x_1^{-\frac{1}{2}} = p_1 \\ \frac{1}{2} x_2^{-\frac{1}{2}} = p_2 \\ m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 x_1$$

$$\begin{cases} x_1(p, m) = \frac{p_2 m}{p_1(p_1 + p_2)} \\ x_2(p, m) = \frac{p_1 m}{p_2(p_1 + p_2)} \end{cases}$$

ф-ии на търсене

③ $U(x) = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2 + \lambda (m - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{x_1} = p_1 \lambda \\ \frac{1-\alpha}{x_2} = p_2 \lambda \\ m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\alpha m}{p_1} \\ x_2 = \frac{(1-\alpha)m}{p_2} \end{cases}$$

ф-ии на търсене

Минимизация на разнородных и комбинированных функций на терсене

$$\min_x \{ p x, u(x) = u \}$$

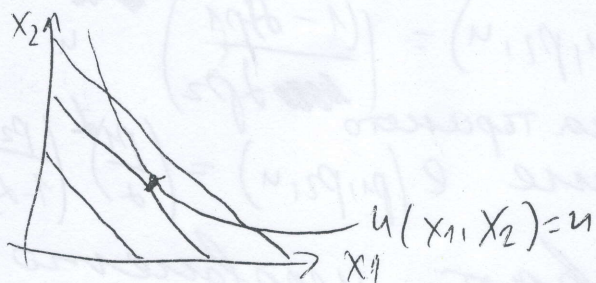
↗ сформировано

$e(p, u) = p x(p, u)$ ф-ца на разнородных на потребителе

$$\min_{x, \mu} \{ L(x, \mu) = p x + \mu (u - u(x)) \}$$

$$\begin{cases} p_i = \mu \frac{\partial u}{\partial x_i} & i = 1, \dots, n \\ u(x) = u \end{cases}$$

ще получим тези x_i , които минимизират
При 2 товара



Нивата на разнородности
 $p_1 x_1 + p_2 x_2$ са 11 линии, които
по-малките разнородности са
по-близко до координатното
начало.

Условието за допирание се получава от $p_i = \mu \frac{\partial u}{\partial x_i}$
тъй като след диференцирането на μ получавате $\frac{p_i}{p_2} = \frac{u_1}{u_2}$

$$e(p, u) = \sum_{i=1}^n p_i x_i(p, u)$$

$$\frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i} = x_i + \sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_j}{\partial p_i} = x_i(p, u) + \mu \sum_{j=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial p_i}$$

$$\text{ко } u(x) = u \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial p_i} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i} = x_i(p, u)$$

Производната на функцията за разнородности по
относители на цената на една стока
се равнява на търсеното количество от
тази стока.

Ако вместо да вземам ф-ии на цените, $\forall x_i$ дажа $\text{const} \Rightarrow e = \sum_{j=1}^n p_j x_j$ и $\frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i} = x_i(p, u)$. Но $\forall x_j$ зависи от цените, в частност от p_i , така че нямаме и на брой влияния на p_i бг е. Според на тези изразителни влияния трябва винаги да е $=$ на 0

$$\frac{\partial^2 e(p, u)}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{\partial^2 e(p, u)}{\partial p_j \partial p_i} \Rightarrow \frac{\partial x_i(p, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j(p, u)}{\partial p_i}$$

Пример: $u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$

$$\min_{x_1, x_2, \mu} \{ x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \mu (u(x) - u) \}$$

$$\begin{cases} p_1 = \mu \cdot \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} \\ p_2 = \mu \cdot (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha} \\ u(x) = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1(p_1, p_2, u) = \left(\frac{\alpha p_2}{(1-\alpha) p_1} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} u \\ x_2(p_1, p_2, u) = \left(\frac{(1-\alpha) p_1}{\alpha p_2} \right)^{\frac{1}{\alpha}} u \end{cases}$$

и можем изразителните ф-ии на теренето и ф-ията на разходите $e(p_1, p_2, u) = \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} u$

Тези ф-ии удовлетворяват условието

$$\frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i} = x_i(p, u) \text{ защото } \frac{\partial e}{\partial p_1} = \alpha \cdot \left(\frac{p_1^{\alpha-1}}{\alpha} \right) \left(\frac{p_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} u$$

$$= \left(\frac{\alpha}{p_1} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{p_2}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} u = \left(\frac{p_2 \alpha}{(1-\alpha) p_1} \right)^{1-\alpha} u \text{ . Аналогично за } \frac{\partial e}{\partial p_2}$$

гернова

Р-е $\begin{cases} p_1 = \mu \cdot \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} \\ p_2 = \mu (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha} \\ u(x) = u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 p_2 = \mu^2 \alpha (1-\alpha) x_1^{2\alpha-1} x_2^{1-2\alpha} \\ \frac{p_1}{p_2} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot x_1^{-1} x_2 \\ u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \frac{(1-\alpha)}{\alpha}$$

$$u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} = \frac{x_2^{1-\alpha}}{x_1^{1-\alpha}} x_1^\alpha \Rightarrow x_1 = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{1-\alpha} u$$

$$u = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} = \frac{x_1^\alpha}{x_2^{\alpha-1}} = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^\alpha x_2 \Rightarrow x_2 = \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^\alpha u$$

$$x_1 = \left(\frac{p_2 \alpha}{(1-\alpha) p_1} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} u$$

$$x_2 = \left(\frac{p_1 (1-\alpha)}{\alpha p_2} \right)^{\frac{1}{\alpha}} u$$

$$e = (x_1 p_1 + x_2 p_2) = \left(\frac{p_2 \alpha}{p_1} \right)^{1-\alpha} p_1 u + \left(\frac{p_1 (1-\alpha)}{p_2} \right)^\alpha u =$$

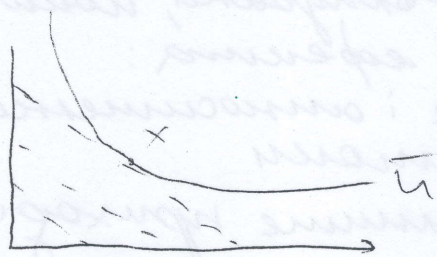
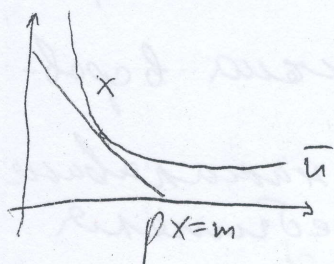
Уравнение на Слуцки

$\max_x \{u(x), p \cdot x = m\} \Rightarrow x(p, m)$ - ф-ии на търсенето

$\min_x \{p \cdot x, u(x) = u\} \Rightarrow x(p, u)$ - компенсирано търсене

Да разгледаме зависимостите м/у ф-иите на търсенето и компенсирани ф-ии на търсенето

$$e(p, u) = p \cdot x(p, u)$$



→ бюджетна линия

$$x_i(p, u) = x_i(p, m) \text{ ако } m = e(p, u)$$

$x_i(p, u) = x_i(p, e(p, u))$ диференцираме относително p_i

$$\Rightarrow \frac{\partial x_i(p, u)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} + \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} \cdot \frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i}$$

$$\text{но } \frac{\partial e(p, u)}{\partial p_i} = x_i(p, u) \Rightarrow \frac{\partial x_i(p, u)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} + x_i(p, u) \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial m}$$

$$\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(p, u)}{\partial p_i} - x_i \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} \rightarrow \text{уравнение на Слуцки}$$

↓
генерален
ефект
на търсенето

↓
Ефект на
заместването

↓
ефект на
дохода

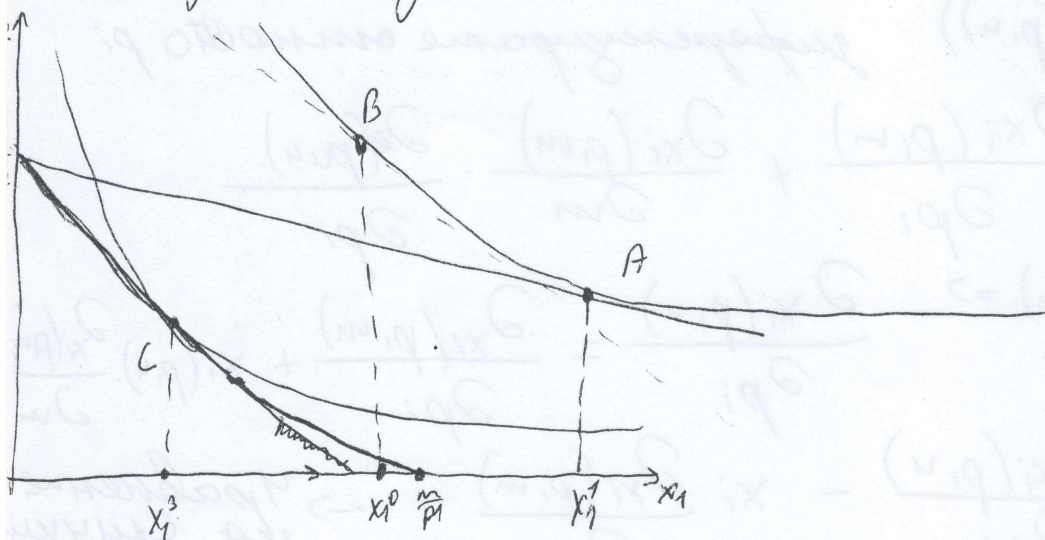
m - наличен доход (приход)
 u - минимален стандарт
 e - разходи за живот

В условия на еластичност уравнението на Саузерн се трансформира в:

$$\frac{p_i}{x_i} \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} = \frac{p_i}{x_i} \frac{\partial x_i(p, u)}{\partial p_i} - \frac{p_i x_i}{m} \cdot \frac{m}{x_i} \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial m}$$

т.е. ценовата еластичност на търсенето е еластичността на заместването минус еластичността на приходите и частта от приходите, изхарчена за стоката. Икономически разглеждат, понасянето на p_i при $m = \text{const}$ има 2 ефекта:

- 1) прави стоката i относително по-скъпа в сравнение с другите стоки
- 2) намалява реалните приходи чрез намаляване на покупателната сила, която потребителя може да си купи с m .



Ефекти на
приходи и
заместването

Ефект на за-
местването $A \rightarrow B$

Ефект на
дохода $B \rightarrow C$

Бюджетната линия е допирателната към кривата на безразличието в A . При $p_1 \uparrow$, а $p_2, m \text{ const}$ не се променя точката на пресичане с оста x_2 , но се променя точката на пресичане с оста x_1 и новата бюджетна линия е допирателна до кривата на безразличието в C . Показва каква би била бюджетната линия ако след $p_1 \uparrow$ m не се забъркти на същата крива на безразличията, т.е. на избор се премества от A в B а x_1^1 отива в x_1^0 (ефект на заместването).
но от $B \rightarrow C$ консумацията на x_1 от x_1^0 отива в x_1^3 (ефект на приходите при промяна на цените)

Видове стоки

$$\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} < 0 \begin{cases} \rightarrow \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} > 0 \text{ нормални стоки} \\ \rightarrow \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} < 0 \text{ малочувствителни стоки} \end{cases}$$

$$\left| \frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} \right| < \left| \frac{x_i \partial x_i(p, m)}{\partial m} \right|$$

→ стоки на Giffen (този)

т.е. когато ефектът на
приходите превъзхожда
ефекта на заместването
и търсенето на стоката расте
с увеличението на цената

малочувствителни малочувствителни

$$\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} \neq \frac{\partial x_j(p, m)}{\partial p_i}$$

$$\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j(p, m)}{\partial p_i}$$

> 0 i, j заместители

< 0 i, j допълващи се

Ако $\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} > 0$

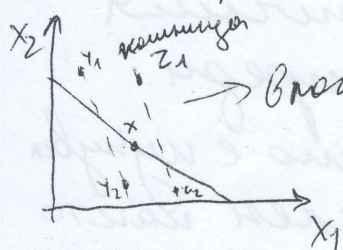
$$\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j(p, m)}{\partial p_i} > 0$$

то i е основен заместител на j
(кофе, чай)

Ако $\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} < 0$

$$\frac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j(p, m)}{\partial p_i} < 0$$

то i е основно допълнение на j
(бензин, вода)



→ Висшия му е състоянието и е слуга на по-ниско ниво

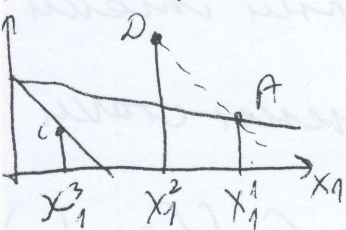
← Проявени предпочитания

Да допуснем че потребител с доход m_1 при цени p_1 избира потребителския пакет x_1 (така че $p_1 x_1 = m_1$).
Ако цените се променят на p_2 и доходът му се промени
той избира x_2 ($x_1 \neq x_2$)

Ако x_2 е достъпен когато той е избрал x_1 , той е
проявил предпочитания към x_1 пред x_2 . Т.е. x_2 може
да бъде избран само когато x_1 не е достъпен.

$$p_1 x_2 \leq p_1 x_1 \Rightarrow p_2 x_2 \leq p_2 x_1$$

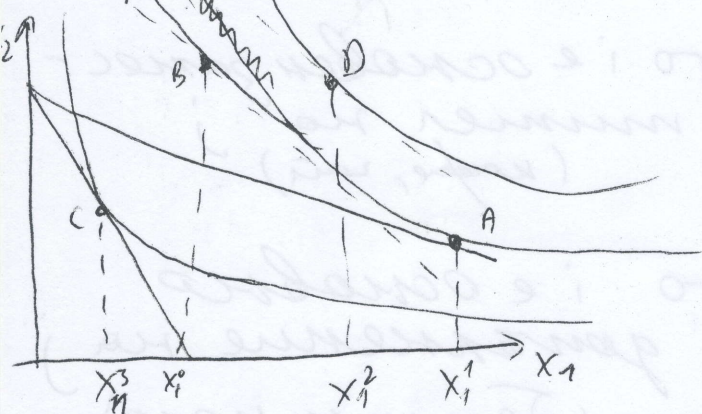
$$p_2 x_1 \leq p_2 x_2 \Rightarrow p_1 x_1 \leq p_1 x_2$$



Преместването от D в C, премияната на x_1 от x_1^2 в x_1^3 е ефект на дохода

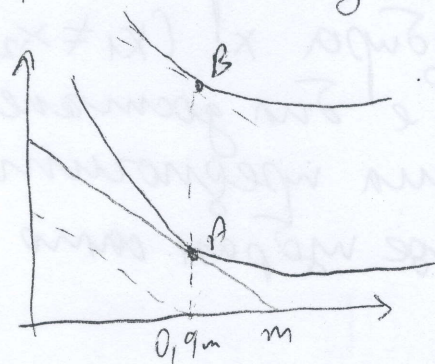
Да предположим че цените от p_1 сиват в p_2 , а потреблението от x_1 в x_2 като приходът m_1 не е променен. Компенсиране потребителя за промяната на цените (т.е. доход m_2) $m_2 = p_2 x_1$. При цените p_2 и доход m_2 потребителя избира x_2

$$m_2 = p_2 x_1 = p_2 x_2 \Rightarrow p_1 x_1 \leq p_1 x_2 \Rightarrow p_1 x_1 - p_2 x_1 \leq p_1 x_2 - p_2 x_2$$



Сравнение между подхода на изравняване предпочитания и подхода на компенсация

т.е. 10% намаляване на дохода сред 10% намаляване на "разходите за живот" поставя типичния пенсионер в по-добри позиции отпреди. Пенсионерът може да чува това, което е чува и преди и да бъде по-малко състоятелен както преди, но трябва да земе сметките, тъй като цените са се увеличили повече и да се ориентира към по-малко повишение, като по този начин подобри положението си.



Трудната линия на пенсионера е намаляна с 10%

Трудът като стока

168 часа има в 1 седмица

L - часове труд

w - надница на час

$L = 168 - N \Rightarrow N = 168 - L$; N - свободно време

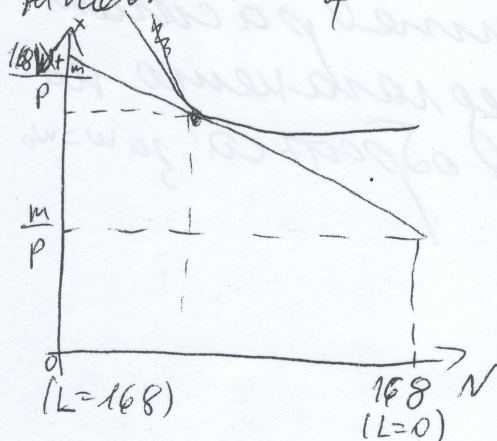
$$px = wL + m$$

$$px + wN = 168w + m$$

$$\max_{x, N} \{ U(x, N), px + wN = 168w + m \}$$

$$\max_{x, N, M} \{ U(x, N) + M(168L + m - px - wN) \}$$

свободното време може да се разглежда като "стока", която дава възможност на човека да се насладява на нивото. $\Rightarrow$ ф-мата на полезността е $U = U(x, N)$



Предлагане на труда като стока от индивида

Наклонът на бюджетната линия w/p - "реална надница", която се получава от 1 допълнителен час труд.

$$\frac{\partial U(x, N)}{\partial x_i} = \mu p_i \quad i = 1, \dots, N$$

$$\frac{\partial U(x, N)}{\partial x} = \mu N$$

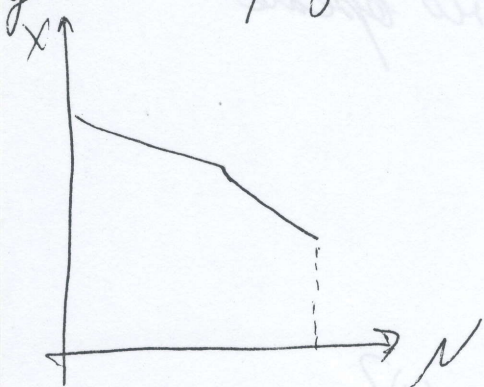
$$px + wN = 168w + m$$

Условието на първи ред

Възможни усещания:

Платенето на извънредно изработени часове от извънреден месечен нататък е по-висока тарифа.

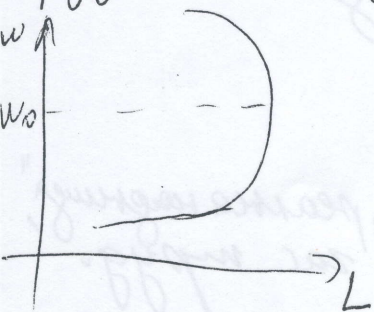
Разнообразните тарифи на даннищата водят до своеобразни бюджетни линии



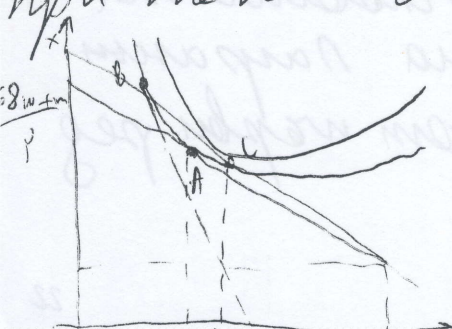
Бюджетната линия при прогресивен данък оту доход (по-висока тарифа на данъка т.е по-ниска надница)

Ако имаме N индивиди $h = 1, \dots, N$ с ф-ии на търсене $x_i^h(p, w^h)$ за стоката i то търсенето на пазара се дава от $\sum_{h=1}^N x_i^h(p, w^h)$

Има възможност един работник да иска да работи по-малко, когато доходите растат. В такъв случай кривата на предлагането на труд на индивида ще се извърши обратно за $w > w_0$



Да видим ефектите на дохода и заместването при намаляване на надницата



може $N_2 < N_1$ т.е работи повече
 може $N_2 > N_1$ т.е работи по-малко
 Следи на по-висока крива на безразличие от $A \Rightarrow$ т.е е много намаляване в реалния доход.

То може да бъде компенсирано чрез намаляване на паричния доход m . Това води до преместване на бюджетната линия.

$A \rightarrow B$ Това преместване е ефект на заместване т.е. $\nearrow$ надницата води до $\nearrow$ в относителните разходи за свободно време. (т.е. търсенето на свободно време пада, а предлагането на труд нараства)

$B \rightarrow C$ Това преместване е ефект на дохода и води до $\nearrow$ търсенето на свободно време и $\searrow$ в предлагането на труд.

Задача: Нена човек има непрудов договор от 40 минути седмично, но решава да работи 20 часа седмично с надница 2 минути на час. Закубвайки тази работа той започва нова: 1,8 минути надница на час и решава да работи по 25 часа. В кой случай е по-добре?

Р-е: $px + 2N = 168 \cdot 2 + m = 336 + 40 = 376$ първоначално бюджетно ограничение

Той избира $N_1 = 148$, $x_1 = 80/p$

$\Rightarrow px + 1,8N = 168 \cdot 1,8 + 40 = 302,4 + 40 = 342,4$

Той избира $N_2 = 143$, $x_2 = 85/p$

$px_2 + 2N_2 = 85 + 2 \cdot 143 = 85 + 286 = 371$

$371 < 376$ и $px_1 + 1,8N_1 = 346,4 > 342,4$

$\Rightarrow$ изборът му е правилен и той ще е по-добре в тази ситуация

Ефективност на Парето

Vilfredo Pareto

Разноподеление - allocation

$n = 1, \dots, N$ индивиди

n -брой стоки $x_{11}, \dots, x_{1n}$

$x^h = (x_{11}^h, \dots, x_{1n}^h)$ вектора на потребите от индивида h стоки

L^h - трудът, който индивидът h предлага

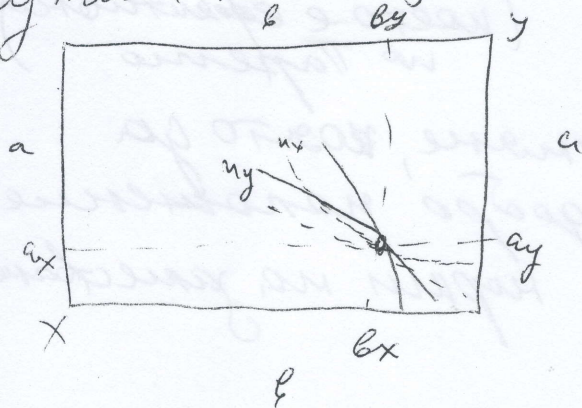
$a = (x_{11}^1, \dots, x_{1n}^1, x_{11}^2, \dots, x_{1n}^2, \dots, x_{11}^N, \dots, x_{1n}^N, L^1, L^2, \dots, L^N)$

пълно описание на цялото потребление и предлагане на труд. Векторът a е с дължина $(n+1)N$

a - разпределение

Дефиниция Разноподелението a ще казваме че е ефективно по Парето ако не съществува друго разноподеление a^0 такова че $\forall$ потребител да предпочитаме или да е безразличен пред a и поне $\exists$ строго да предпочитаме a^0 пред a (т.е ако е невъзможно да подобрим някого без да влошим другия)

Кутия на Edgewood

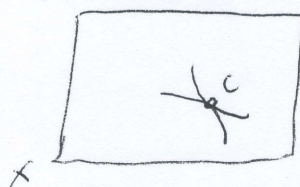


a - apples (ябълки)

b - bananas (банани)

→ Неэффективна по Парето

Ще се поставят докато

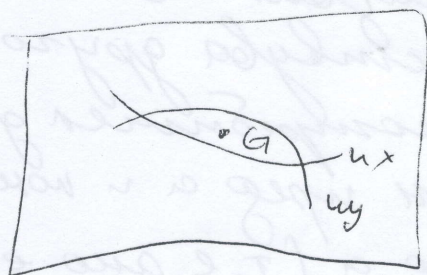


, защото е

ефективна по Парето.

Двата души X и Y притежават няколко ябълки и няколко банани всеки. Има предлагане на труд и някаква промяна. Маргиналната норма на заместване на ябълките с банани при първоначалното разпределение за X е 1: размяна на 1 ябълка за 1 банан би го оставила безразличен. Маргиналната норма на заместване за Y е 4: той би бил безразличен към заместване на 4 ябълки за 1 банан.

Ако Y даде на X 2 ябълки в замяна на 1 банан и двамата ще бъдат в по-добро положение. $\Rightarrow$ първоначалното разпределение не е ефективно в смисъл на Парето.



y

поменя се така

в т. G и двамата ще са по-добре

защото т. G е над u_x мерано от X и над u_y мерано от Y и така докато



(което е ефективно по Парето)

Пригизната да намерят размяна, която да постави и двамата в по-добро положение е те техните маргинални норми на заместване в някакво дадено $\neq$.

Ефективност на конкурентното общество

Да разгледаме общото равновесие, което съществува
като N пазари в едно стопанство са в равновесие

В стопанството, в което има n стоки и работна сила
при цени $(p, w) = (p_1, p_2, \dots, p_n, w)$ N^{te} пазари са в
равновесие и цена a е полученото разпределение.

Да допуснем че a не е ефективно по Парето
 $\Rightarrow \exists a^0$, което поставя един индивид в по-изгодно по-
ложение и не поставя нито един в по-неизгодно

$$px^h = wL^h + m^h \Rightarrow \exists a \neq x^0 \quad px^{h0} - wL^{h0} \geq px^h - wL^h \quad (1)$$

а за индивида k

$$px^{k0} - wL^{k0} > px^k - wL^k \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow px^0 - wL^0 > px - wL, \text{ където}$$

$$x = \sum_{h=1}^n x^h \quad \text{и} \quad L = \sum_{h=1}^n L^h$$

$px - wL$ е общата печалба на фирмите

a^0 е такова че (x^0, L^0) е допустимо множество от
начални стоки и крайна продукция, които фирмите
в стопанството могат да си позволят

$px - wL$ е целната печалба, която може да бъде реализирана
от фирмите при цени (p, w) , произвеждайки x^0
посредством L^0

Та издвигаша печалбата, която може да бъде
реализирана при конкурентно равновесие $\Rightarrow \exists$ поне
1 фирма, която при тези цени би реализирала
по-голяма печалба, променяйки произведението си

Така че да действа при условията на $a^0 \Rightarrow x$
 $\Rightarrow$ конкурентното общо равновесие е ефективно w
Парето $\Rightarrow a \gg a^0$ (превзходна)

Ако броят на фирмите е n
фирмите произвеждат за стопана с цени p^t и
платят на държавата w^t , а индивидуалните трябва
да платят цени q^t за стопана и да произвеждат
на държавата w_1^t
 $\Rightarrow$ данъците във фирмите са $t = q^t - p^t$ а
данъците във държавата е $w^t - w_1^t = \sigma$
Печалбата на фирмите е $p^t x^t - w^t L^t$ а
данъчните постъпления $t x^t + \sigma L^t$
 $\Rightarrow$ общият нетрудов доход е $\sum_{h=1}^H m^h = p^t x^t - w^t L^t + t x^t +$
 $+ \sigma L^t = q^t x^t - w_1^t L^t$

Сегашното правителство премахва $\forall$ данъци, но
конфирмува печалбата

$\Rightarrow$ доход от $m^h = p x^h - w L^h$ ще бъде достатъчен
за да осигури на индивид h не по-лошото
положение както преди $\Rightarrow$ правителството ще
има $\sum_{h=1}^H m^h = p x^t - w L^t$

Новият план би изисквало да постигне печалба
при цените $(p, w) \Rightarrow p x - w L \geq p x^t - w L^t$

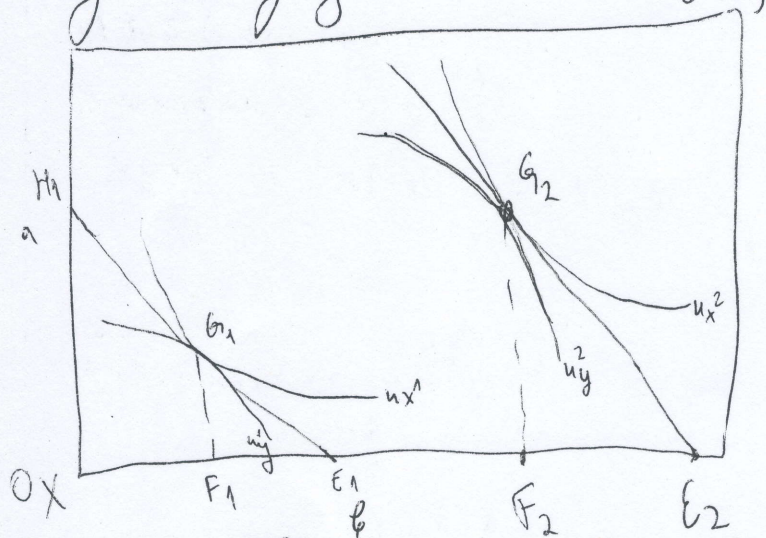
$\Rightarrow$ без данъци във фирмите $\exists$ равновесие, което
поставя $\forall$ в по-добро положение отколкото
при данъчното равновесие.

Извод: Данъците във фирмите са припятане за
пътя на ефективност

Преразпределение на доходите

Богатството е едно равновесие е ефективно по Парето не допуска възможността да $\exists$ неравенство по индивидите. Например в стопанството, в което има индивиди не на следни собствено, без дялове участват във фирми и малко трудоспособни. Те са много бедни в конкурентното равновесие. Т.е състоянието на бедните може да се подобри само за сметка на богатите. Пазарът води до ефективно разпределение на ресурсите, но може да доведе до преразпределение на доходите.

Ако K се съгласят да разпределението на доходите в свободния пазар в едно общество е несправедливо може да се вземат пари от богатите и да се дадат на бедните.



Бюджетно преразпределение
Нека 1 е първоначалното положение. Ако X и Y започнат да търкуват при цени под съотношение наклон на H_1E_1 . И двамата ще търкуват до точка G_1

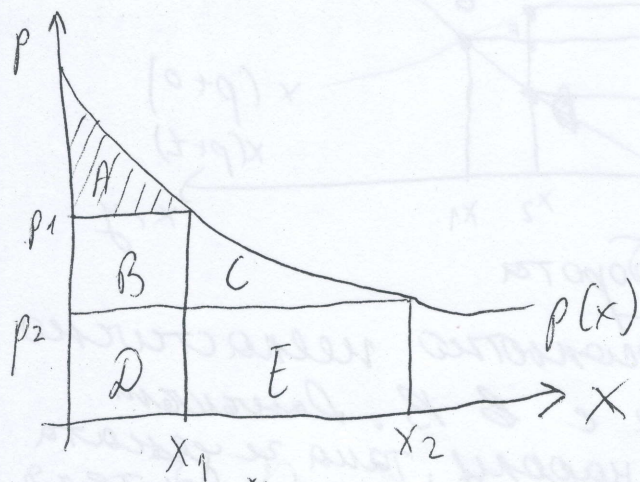
$\Rightarrow$ равновесие и ефективност по Парето, защото кривите на безразличие се допират в G_1 .
Така изглежда че Y е много по-добре от X , защото бюджетната линия на Y е далеч от O_Y .

Да предположим че G_1, G_2 са тананити на Y са
 констатирувани и дадени на X . Новото равновесие
 е в G_1, G_2 , която е ефективна в смисла на Парето
 на X е в много по-добро положение, а Y в много
 по-лошо, отколкото в G_1
 $\Rightarrow$ Съществува покорнит n/y справедливостта и
 ефективността.



Потребителски изпитък и въздействие на данъците

Да разгледаме кривата на търсенето $x(p)$. Да си представим че тя изразява цената като ф-ция на количеството: $p = p(x)$



Тази обратна ф-ция на търсенето първоначално означава желанието на потребителя да плати за стоката

$B(x_1) = \int_0^{x_1} p(x) dx$, където $B'(x) = p(x)$ (обезпече $B(0) = 0$)
когато, когато потребителите са изложени от употребяването на x_1 единици от стоката.

Цената първоначално за потребителите от допълнителното потребление на стоката е $A + B + D$. Количеството обаче е x_1 , а не цената е p_1 .
 $\Rightarrow$ разходите на потребителите надвишава разходите по-голямо за потребителите надвишава разходите (A), A е потребителски изпитък

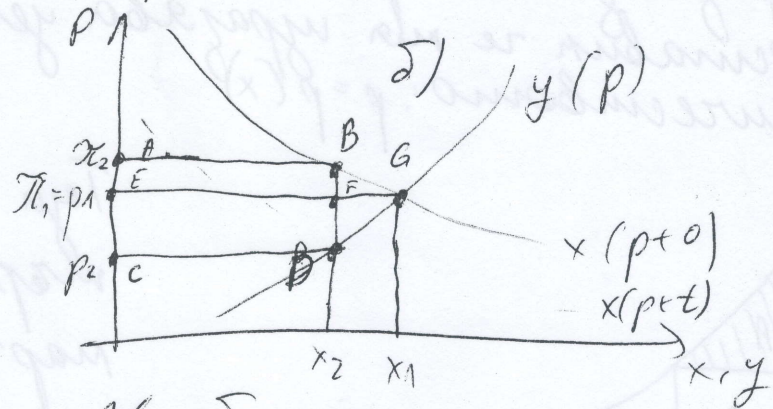
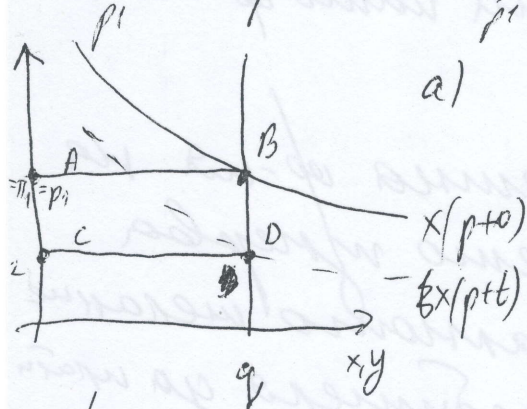
$$A \equiv CS(x_1) = \int_0^{x_1} p(x) dx - p_1 x_1 = \int_0^{x_1} (p(x) - p_1) dx$$

Ако цените паднат на p_2 потребителският изпитък ще бъде $A + B + C$. Нарастването на CS се разделя на 2 части: B - нарастването на CS вследствие намаляването на цените на стоките, които вече са били консумирани при цена p_1 ; C - CS свързан с новото потребление на $x_2 - x_1$

CS е потенциална

$$e(p_2, u) - e(p_1, u) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial e(p, u)}{\partial p} dp \quad \text{но знаем че } \frac{\partial e(p, u)}{\partial p} = x(p, u)$$

$$\Rightarrow \int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial e(p, u)}{\partial p} dp = \int_{p_1}^{p_2} x(p, u) dp$$



Фиг. 1. Ефект а ранька в/у оборота

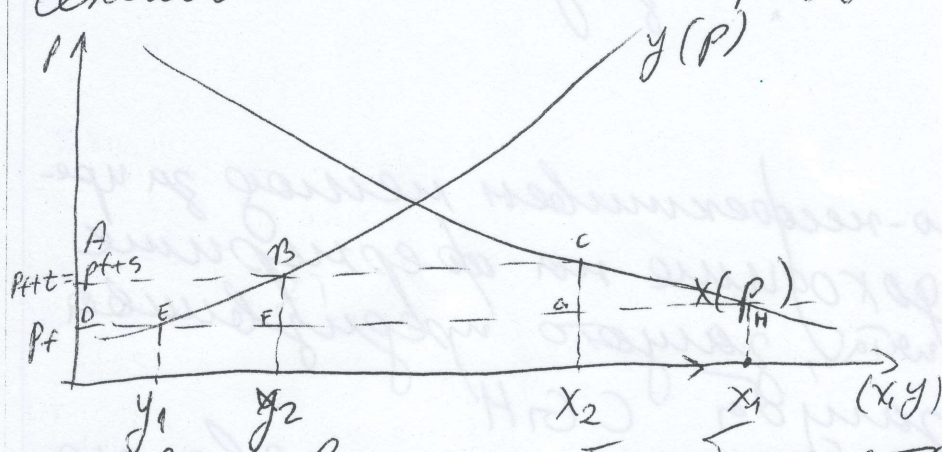
На пазара а) предлагането е абсолютно нееластично, нееластичното равновесие е в В. Даването премества кривата на търсенето надолу, така че цената на продавача пада до p_2 докато цената на потребителя остава p_1 . Правителството е по-високо приходи и от данъци с $ABDC$ изцяло за сметка на предлагачите. Продавачите понесат изключителна загуба по отношение на продажбата на кривата на търсенето. ЗДХ преместването на кривата на търсенето сваля цената на предлагача до p_2 , докато цената на купувача се повишава до p_1 . Количеството намалява от x_1 до x_2 , а правителството увеличава приходите си от данъци с $ABDE$. Повишаването на цената на потребителя намалява потребителния излиък с $ABFE + BGF$. Приходите на производителя намаляват от $p_1 x_1$ на $p_2 x_2$, докато разходите намаляват с много по-бавно по кривата на предлагането DF и GF . Така че печалбите намаляват с $EFDC + FGD$

$$\left. \begin{array}{l} + ABCD \\ - E G C D \\ - A B G E \end{array} \right\} \Sigma \Rightarrow - F G B \quad ; \quad - F G C$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 загуба за загуба за
 потребителя производителя

Субсидия и мито

Да предположим че правителството иска да повиши дохода на фермерите, които страдат от конкуренцията на по-евтини вносни стоки. Трябва да се избира между субсидиране на селскостопанската продукция и данък върху вноса (митото).



субсидия
или
мито?

В световен мащаб субсидията и митото не са желани. Субсидията е протекция (защита).

Този графика описва предлагането от гледна точка, което е много еластично. То е става на цена P_f - фиксирана; $y(P)$ е кривата на предлагането на селскостопанската продукция в дадена страна. $x(P)$ кривата на търсенето от местните потребители.

При липса на намеса на правителството пазарната цена трябва да е P_f . При тази цена местното производство е y_1 , а потреблението е $x_1 \Rightarrow$ вноса е $x_1 - y_1$. Местни фермерите са получили субсидия с за t произведена единица $\Rightarrow P_f + t$ получават, а пазарната цена е P_f . $y \uparrow$ до y_2 а вноса $\downarrow$ на $x_1 - x_2$ и $s \cdot y_2$ е субсидията, която изплаща правителството (т.е. $ABFD$). Незабавно на производителите $\nearrow$ с $ABED \Rightarrow BEF$ зона субсидия.

и може да направим че BCF е загубата от субсидирането
 Ако вместо S, външните изразва да направят мито t
 $PF+t$ ще е пазарната цена, производството ще $\uparrow$ на y_2
 потребителите ще $\downarrow$ на $x_2 \Rightarrow$ Вносът ще $\downarrow$ на $x_1 - y_2$
 Така $\Rightarrow$ че правителството ще получи $t(x_2 - y_2)$ (т.е. BCFG)
 Отново печалбата на производителите $\uparrow$ с ABED, но
 има загуба от CS (т.е. ACHD)

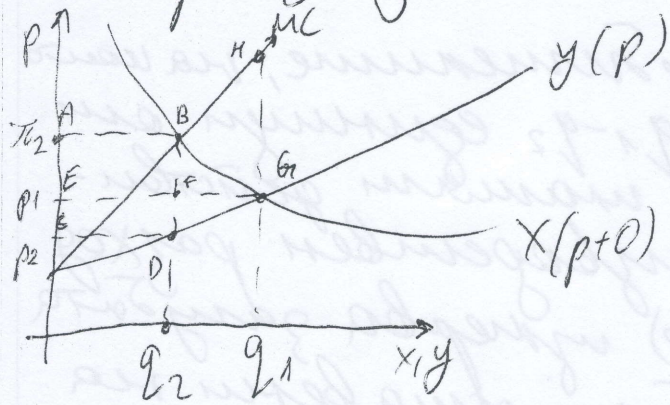
+ BCFG от мито	+ "печалба
- ABED от пренув	- " загуба
- ACHD от CS	
- BEF - CGH	

Извод: Митото е по-неэффективен метод за пре-
 разпределение на доходите на фермерите
 отколкото субсидията, защото предизвиква
 допълнителна загуба CGH

От друга страна митото смества на
 правителството разхода за субсидия ABFD и
 повишава прихода BCFG, така че чрез за-
 менката на субсидията с мито правител-
 ството печели AGD за сметка на потребителите
 Иначе когато митото е данък върху
 нестичните потребители от които се обя-
 водетелстват производителите. (и ~~не~~
 правителствените приходи се повишават)

Външна среда

Да разгледаме промишленост, която с процеса на производството си замърсява околната среда.



Външна среда на производството

Тези, които са засегнати от замърсяването трябва да поемат разходите за облекчаване на въздействието.

Кривата на предлагането в този случай не измерва маргиналният разход. Производителите трябва да заплатят разходите за началните стоки и тези разходи определя предлагането, но производителите не трябва да вземат под внимание разходите, наложени на друг за замърсяването. $\Rightarrow$ кривата на маргиналният разход е над кривата на предлагането.

G_1 - пазарно равновесие, с цена P_1 и производство Q_1 . Това равновесие не е ефективено!

$B G_1 D$ - загуба
Долготрайно разликата м/д кривата на предлагането и действителната крива на маргиналният разход (мар. разход за замърсяването е загуба) $\Rightarrow B H G_1 D$ - намалението от разходите за замърсяването, което е пример за страдание от него.

Това е популация "притер" за обществено от намаляването на производството ($B H G_1$)

Колкото по-малко той примерно се пренася, толкова по-малко вредни емисии се възбуждат в околната среда.

Решенията по отношение на потребителите, на които са предлозени последните q_1 - q_2 единици от продукцията, не могат да имат действителен маржиален производствен разход $\Rightarrow$ процута m/y MC и $x(p)$ измерва загубата от това че стоките са били доставени на потребителите.

В равновесие предпочитано през G само ако губещите бързо компенсират от тези, които печелят от промяната.

Потребители и производители губят, а печелят правителството и потребителите от загубата.

Други случаи в производството и потребителите, в които съществува външна среда са:
- при замърсяването, $\neq$ новородила кола при гонява загуби за околните, като ги забавя.
- фабрика обущарна небухте работници, ще облагоустроява другите фабрики в района, когато някои от работниците се преместят да работят в друга фабрика в района.
- правата на работа доставя удоволствие на собственика, така и на мислените.

Из определен фазна на обикновена ежур са
обществените стоки (газо, TV, вода, ари
теплицата и т.н.) - $\forall$ ги издържане, но не $\forall$ ги
използване

т.е стоки при които не може да се установи
копие ства, което потребява определен пот-
ребител. Условието, което определя колко стока
да бъде произведена е доста индивидуално.

$$B^h(x^h) = \int_0^{x^h} p^h(x) dx, \quad p^h(x) \text{ е обратната}$$

форма на търсенето на
индивид h

Ако искаме $\max \{ \text{обща полза} - \text{разходи} \}$
Търсим $\max_{x^1, \dots, x^H} \sum_{h=1}^H B^h(x^h) - c(x^1 + \dots + x^H) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (B^h)'(x^h) = c'(y) \quad h=1, 2, \dots, H$$

или $p^h(x^h) = c'(y) \quad h=1, \dots, H$

Ползата на индивидите от обществената
стока зависи от общата ѝ количество
 $\Rightarrow$ ако искаме $\max \{ \text{полза} - \text{разходи} \} \Rightarrow$

$$\max_{y} \sum_{h=1}^H B^h(y) - c(y) \Leftrightarrow \sum_{h=1}^H (B^h)'(y) = c'(y)$$

т.е $\sum_{h=1}^H p^h(y) = c'(y)$

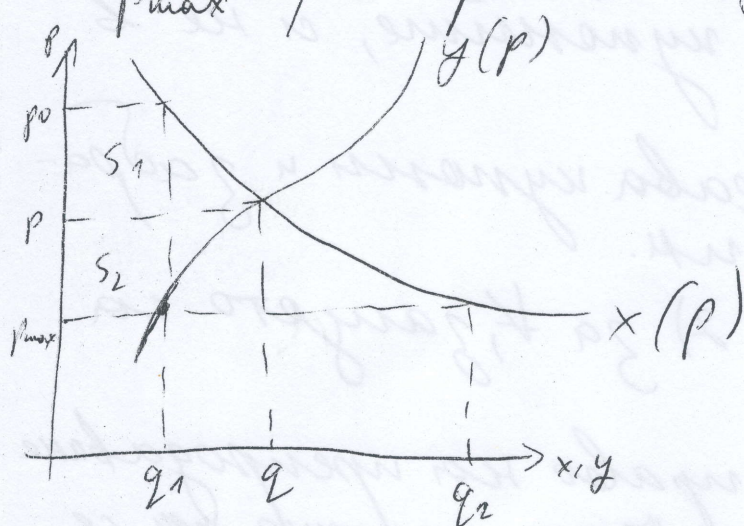
Пример: Отбраната е предпаз бдително
в размер решаван от правителството
и се заплаща от данъкоплатеца. Някои
хора не се интересуват от нея и не ги трябва
но независимо от това те трябва да платят
данъци.

Контрол на цените

Да предположим, че е поставена законова граница на цената на дадена стока.

p - равновесна цена

$p_{\max}$ - фиксираната цена



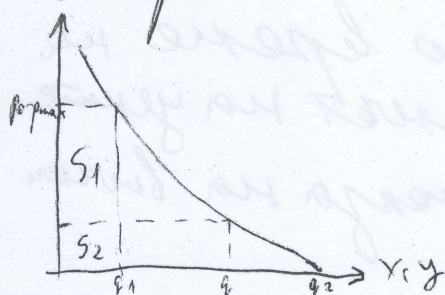
Въздействие на
тавана на
цените

При $p_{\max}$ потребителите искат да купят количество q_2 , но производителите могат да произведат само $q_1 \Rightarrow$ недостиг $q_2 - q_1$ ^и $\Rightarrow$ ще се появи недостиг на стоката.

Р-е на проблема (има няколко)

1) купони, които n гурова правителството

Произвеждат се q_1 купона и стоката може да се купи само чрез купон. Цената, която потребителят е готов да плати е p_0 $p_{\max}$



и на потребители готови да платят цена p за q_1 единици от стоката.

Тако се те биха манили ро-рмах за q_1
купона и това ще биде равновесната цена,
която правителството ще може да иска.
Правителството получава приход $S_1 + S_2$
2) Правителството издава купони и позволява
препродавката им.

Възниква въпрос 1) само се $S_1 + S_2$ отива в
приходите на купоните, а не в
правителството.

3) Правителството издава купони и забра-
вява препродавката им.
~~По-рано~~ По-рано от 2) за K , за което са
ограничени.

4) Ведене на статии, с право на препродаване
 $\Rightarrow$ ро-равновесна цена. Може да се
направи печалба ро-рмах, извършва оцелел
времето m на w , ще има да се бреди k часа
и $\Rightarrow w_k = \text{ро-рмах}$ Не е ефективно. S_1 и S_2

са времето прекарано по статии $\Rightarrow$ губи
5) ведене на статии със забрана за препродаване
Зависа как потребителя оценява времето.
стопаната си, за което му K се реди сам за
себе си (Въпросът е дали си струва да се гледа
 k часа за стопаната x_i)

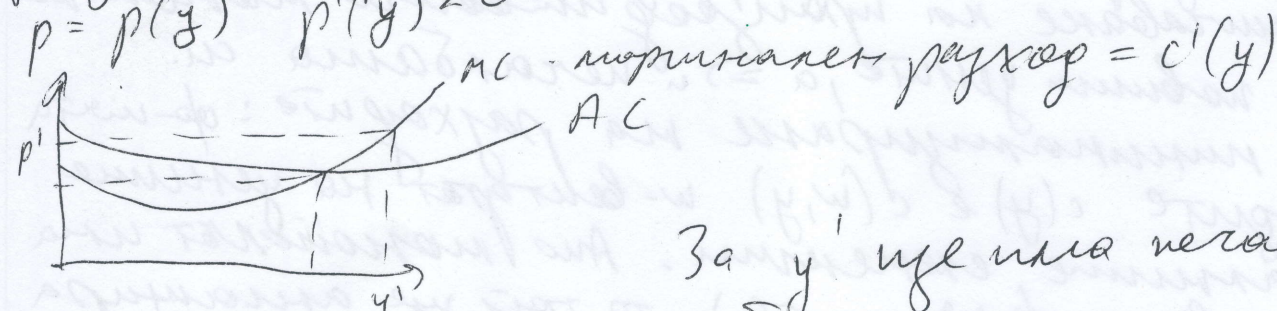
Извод: Статии губят ценно време на
Хората $\Rightarrow$ купоните и намаляват на цените
ако са добре балансираны са в мрежа на всички

Монополистична фирма

Случай на монопол - когато една фирма не приема цените за даденост, а ги определя сама. (т.е. предлагането на пазара се определя от една единствена фирма).

Фирмата произвежда продукта y ; $c(y)$ - ф-ия на разходи
 p - цена на крайния продукт, но p не е const

$$p = p(y) \quad p'(y) < 0$$



За y' ще има печалба

$p = MC$ - най-голяма печалба

$$R(y) \text{ - ревенне - приход } R(y) = y p(y) - c(y)$$

$$R'(y) = \underbrace{p(y) + p'(y) \cdot y}_{MR} - c'(y) = 0$$

$$MR = MC$$

$p(y) + p'(y) \cdot y = MC$ при това условие монополистична фирма ще увеличи своята печалба до максимума, докато увеличава производството

$$2p'(y) + p''(y) \cdot y - c''(y) < 0$$

$$MR = p \left(1 + \frac{y}{p} \frac{dp}{dy}\right) = p \left(1 + \frac{1}{\epsilon_{xp}}\right)$$

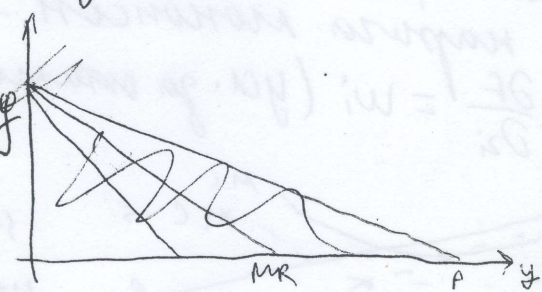
ϵ_{xp} - еластичност на търсенето на продукта

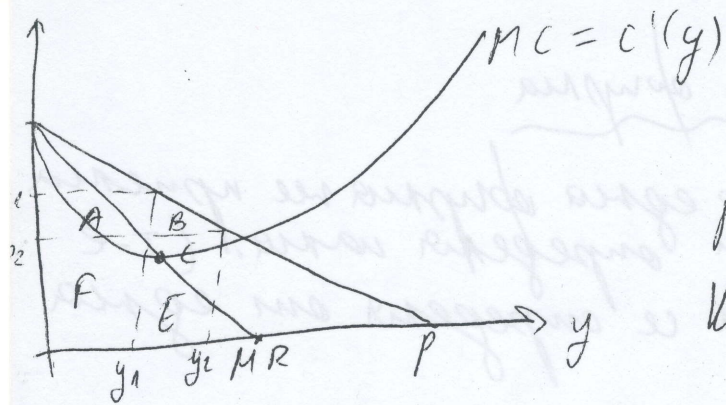
$$MR > 0 \Leftrightarrow \epsilon_{xp} < -1 \text{ т.е. } |\epsilon_{xp}| > 1$$

Пример: $p = a - by$ $a, b > 0$ $p(y) \cdot y = R(y) = ay - by^2$

$$MR = a - 2by; \quad a - 2by = MC$$

Кривата на маргиналният приход е права линия, 2 пъти по стръмната от кривата на търсенето, която е права линия





ще продава на цена p_1

Приход от монопола $A+F$
Конкурентното (p_2, y_2) $F+C+E$

$$(A - C - E) < 0$$

$$+ A + B$$

$$B + C + E$$

Е са производствените разходи
Чрез ограничаване на производството монополът
може да повиши цените, а $\Rightarrow$ печалбата си.

Теория за минимизиране на разходите: ф-ята
на разходите $c(y)$ е $c(w, y)$ w -векторът на цените
на началните елементи. Ако монополът има
производствена ф-я $y = F(z)$ то той ще амплира
начални стоки в количество, които удовлетворява
 $MR \frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i \quad i = 1, \dots, n$ $MR \frac{\partial F}{\partial z_i}$ маргинален приходен
продукт на нач. стока i

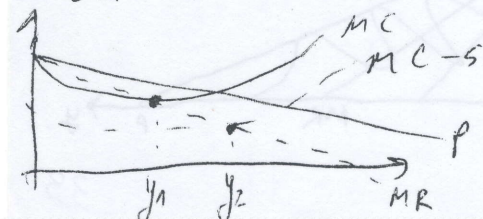
Една голяма фирма може да е монопол влята
се цените на стоките на пазарите от които купува
да зависят от количествата, които тя купува т.е

$w_i = w_i(z_i)$ при $w_i'(z_i) > 0$
Оптимален избор на нач. стоки $(p(y) + p(y) \cdot y) \frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i(z_i) + w_i'(z_i) z_i$
т.е $p(1 + \frac{1}{\epsilon_{xp}}) \frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i(1 + \frac{1}{\epsilon_{zi}}) \quad i = 1, \dots, n$ или $MR \frac{\partial F}{\partial z_i} = MC \quad i = 1, \dots, n$

$\epsilon_{zi} = \frac{w_i}{w_i(z_i) z_i} = \frac{w_i}{z_i} \cdot \frac{dz_i}{dw_i}$ - еластичността на предлагането
на началната стока i на фирмата

MC_i - маргиналният разход за нач. стока i
Ако $w_i'(z_i) > 0$ MC_i е по-голямо от w_i (Такава фирма
е нарича монополсон - сам купува)

$p \cdot \frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i$ (усл. за оптималност)



s -субсидия
 $MR = c'(y) - s$

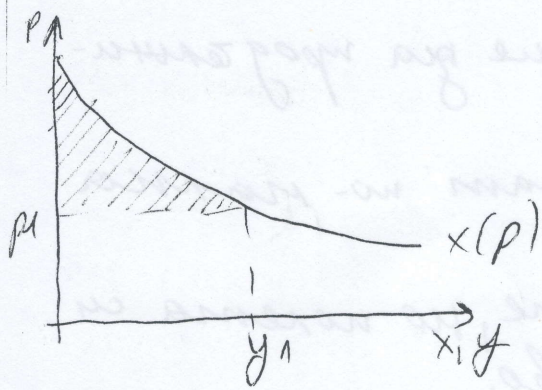
$$\pi(y) = p(y) \cdot y + s \cdot y - c(y)$$

$$\pi'(y) = p(y) + p'(y) y + s - c'(y) = 0$$

$$y = y(s) \quad \frac{dy}{ds} : \frac{d\pi}{ds} = (2p'(y) + p''(y) y - c''(y)) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{dy}{ds} > 0$$

ценова дискриминация

За да спечелат допълнителни икономични ползи, фирмата трябва да намалява цената, предлагана на досегашните клиенти. Необходимото условие за такава ценова дискриминация е продуктът да не може да се препродава (н.п. самолетни билети, цени на хотели, и т.н.).



Абсолютна ценова дискриминация е когато фирмата продава на всеки клиент (или потребител) $\neq$ цена.

$$\pi(y) = \int_0^y x(p) dp - c(y) \quad \text{негативна}$$

Общият приход е сума от приходите, получени от $\neq$ отделна част на продажбите: $R(y) = \int_0^y p(x) dx$; $R(0) = 0$ и $R'(y) = p(y)$

Необходимото условие за максимална печалба е $R'(y) - c'(y) = 0$. Практически е невъзможно някоя фирма да има толкова съвършена информация за пазара.

В действителност фирмата да бъдат определени само няколко $\neq$ цени. Това се нарича не съвършена ценова дискриминация.

Да предположим че пазарът може да бъде разделен на 2 групи със съответни обратни

ф-ти на търсенето $p_1(x_1)$ и $p_2(x_2)$. Това печалбата на фирмата са ф-ти на x_1 и x_2

$$\pi(x_1, x_2) = p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2 - c(x_1 + x_2)$$

max на печалбата:

$$\begin{cases} p_1'(x_1) + p_1'(x_1)x_1 - c'(x_1 + x_2) \\ p_2'(x_2) + p_2'(x_2)x_2 - c'(x_1 + x_2) \end{cases} \quad \text{т.е. } i'(y) = MR_i = p_i \left(1 + \frac{1}{\epsilon_i}\right)$$

$i = 1, 2$

където MR_i е средният приход на пазар i , а ϵ_i е еластичността на търсенето

Пример цените на самолетните билети.

1) отиване и връщане с ограничение за продължителността на престоя

2) Бизнесменски, Бизнесмените имат по-малка еластичност

Едините са по-малки от другите, но полета си е полет, приквото си е прикво.

Разхода зависи от x_1 и x_2 , вместо от сумата им

$$\text{Печалбите са: } \pi(x_1, x_2) = p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2 - c(x_1, x_2)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial x_i} = p_i(x_i) + p_i'(x_i)x_i \quad i = 1, 2 \quad \Rightarrow MC_i = MR_i = p_i \left(1 + \frac{1}{\epsilon_i}\right)$$

извод: Въпросът е в това се тъй като цената

дискриминация позволява на фирмата да $\neq$ предлагати $\neq$ цени за $\neq$ източници на средства на един и същ пазар, едната от тях ще бъде капитална, а другата увеличена от нееднократно цената.

При случай на монополна фирма ще има

предлагане на една и съща начална стока,

но еластичността на предлагането

$\neq$ в двата източника

Олигополия и теория на кърните

Кривата на кърните, в която има малък брой фирми се нарича олигополия. 2 условия: 1) фирмите да не задоволяват изцяло пазара; 2) фирмите да се броят до максимална целобитост, ако крайната продукция е голяма. n - брой хора; $p = a - bx$ - крива на пазарното търсене на 1 продукт; $a, b, c = \text{const}$

$$y_f = y_f(p); \quad c_f = c y_f \quad \text{ф-ия на разходите}$$

$$x = \sum_{f=1}^n y_f \quad \text{Използваното количество } x \text{ е сума от крайните продукти на фирмите}$$

$$\pi_f(y_f, x) = (a - bx) y_f - c y_f \quad \text{печалби на фирма}$$

$$\max_{y_f} \pi_f(y_f, x) = ? \quad \text{при} \quad x = \sum_{f=1}^n y_f \quad \frac{dx}{dy_f} = 1 \quad \left(\begin{array}{l} \text{крайните} \\ \text{продукти на} \\ \text{останали фирми} \\ \text{са фиксирани} \end{array} \right)$$

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial y_f} = a - c - bx - b y_f = 0 \quad / \cdot \sum_1^n$$

$$n(a - c) - n b x - b x = 0$$

$$n(a - c) - (n + 1) b x = 0 \Rightarrow x = \frac{n(a - c)}{(n + 1) b} = \frac{n}{n + 1} \cdot \frac{a - c}{b}$$

при $n \rightarrow \infty \quad x = \frac{a - c}{b}$ продукцията, ако фирмите приемат цените за дадена

при $n = 1$ монопол $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - c}{b}$

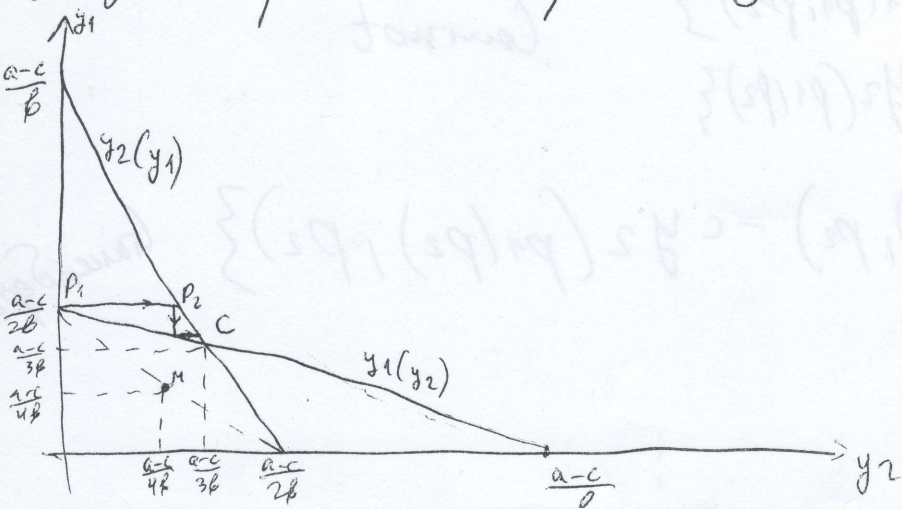
$$a - c - \frac{n}{n + 1} (a - c) - b y_f = 0$$

$$y_f = \frac{1}{n + 1} \cdot \frac{a - c}{b}$$

$$n = 2 \quad a - c - b y_1 - b y_2 - b y_1 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{a - c - b y_2}{2b}$$

$$(y_1, y_2) \quad a - c - b y_1 - b y_2 - b y_2 = 0 \Rightarrow y_2 = \frac{a - c - b y_1}{2b}$$

$y_1, y_2 \rightarrow$ криви на реакция



Дуополия на Курно

Равновесие на Сонтрот

Курно-френски монополи

Равновесието на Курно е при $y_1 = y_2 = \frac{(a-c)}{3b}$ (Т.С)

$$\max_{y_1} \{ (a - by_1 - by_2)y_1 - cy_1 \} \text{ при } y_2 = \frac{a-c-by_1}{2b}$$

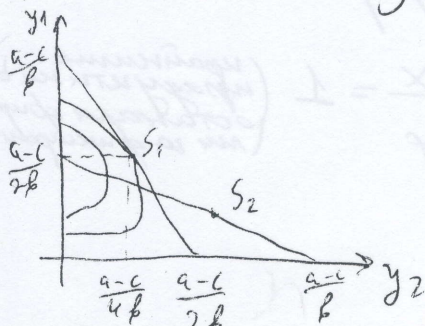
y_1 ще максимизира печалбата като знае как реагира

$$\max_{y_1} \frac{1}{2}(a-c)y_1 - \frac{1}{2}by_1^2 \Rightarrow y_1 = \frac{(a-c)}{2b}$$

$$y_2 = \frac{(a-c)}{4b}$$

Това е равновесието на Штакелберг. Тук фирма 1 е водач, а фирма 2 - догонващ (Т.С1)

Аналогично за y_2 е $y_2 = \frac{a-c}{2b}$ и $y_1 = \frac{a-c}{4b}$



равновесие на Штакелберг

Ако да допуснем че фирмите се договарят (кооперативно решение на игра) $\Rightarrow y = \frac{a-c}{2b}$ $y_1 = y_2 = \frac{a-c}{4b}$ (Т.М от равновесие на Курно)

$$\max_y \{ (a-by)y - cy \} \Rightarrow y = \frac{a-c}{2b} \quad y_1 = y_2 = \frac{a-c}{4b} \quad \text{(кооперативно равновесие)}$$

Нека $a=13$ $b=c=1$, то равновесието на Курно е $y_1=y_2=4$ а кооперативното решение е $y_1=y_2=3$

	$y_2=3$	$y_2=4$
$y_1=3$	$\pi_1=18$ $\pi_2=18$	$\pi_1=15$ $\pi_2=20$
$y_1=4$	$\pi_1=20$ $\pi_2=15$	$\pi_1=16$ $\pi_2=16$

В теорията на игрите това е затворният екип. Когато тя наруши и другия нарушава равновесието и $\Rightarrow$ двамата губят.

Нека 2 фирми

$$y_1 = y_1(p_1, p_2)$$

$$y_2 = y_2(p_1, p_2)$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial p_1} < 0 \quad \frac{\partial y_1}{\partial p_2} > 0$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial p_1} > 0 \quad \frac{\partial y_2}{\partial p_2} < 0$$

Симпот

$$\max_{p_1} \{ p_1 y_1(p_1, p_2) - c y_1(p_1, p_2) \}$$

$$\max_{p_2} \{ p_2 y_2(p_1, p_2) - c y_2(p_1, p_2) \}$$

$$\max_{y_2} \{ p_2 y_2(p_1(p_2), p_2) - c y_2(p_1(p_2), p_2) \}$$

$$y_1 = y_1(p_1, p_2)$$