Упражнение 8

Смяна на бази и координатни системи. Изменение на матрицата на линейно преобразуване при смяна на базите

Задача 1. Нека $\{e_1, e_2, e_3\}$ е база на векторното пространство V.

а) Докажете, че системата от вектори $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$, определена от

$$e'_1 = e_1 - e_2 + 2e_3,$$
$$e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + e_3,$$
$$e'_3 = -2e_2 + e_3,$$

е също база на V и намерете матрицата на прехода T от e към e'.

б) Ако векторът $a(2, 1, -1)$ относно базата e, намерете координатите на a относно базата e'.

в) Нека f е линейно преобразуване на V, при което

$$f(e_1) = e_1 + e_2 - e_3,$$
$$f(e_2) = e_1 - e_2 + e_3,$$
$$f(e_3) = -e_1 + e_2 + e_3.$$

Намерете матриците на f в базите e и e'.

Задача 2. Нека координатната система $K' = O'\vec{e}'_1\vec{e}'_2$ е получена от $K = O\vec{e}_1\vec{e}_2$ чрез

а) транслация, определена от вектора $\vec{v}(-1, 2)$;

б) ротация на ъгъл $\alpha = \frac{\pi}{6}$ (K и K' са ортонормирани координатни системи).

Намерете трансформационните формули, чрез които от K се получава K' и координатите на точка M относно K', ако $M(2, -2)$ относно K.