

Упражнение 7

Обратими матрици. Методи за намиране на обратна матрица

Задача 1. Проверете дали матрицата A е обратима и в такъв случай намерете обратната ѝ матрица A^{-1} , ако:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad \text{в) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Намерете обратната матрица на A , като използвате метода на Гаус-Жордан:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 7 & 5 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 11 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Нека A е квадратна матрица от n -ти ред, за която е в сила $A^2 + A + E = O$, където E и O са съответно единичната и нулевата матрица от n -ти ред. Докажете, че матрицата A е обратима и намерете A^{-1} .