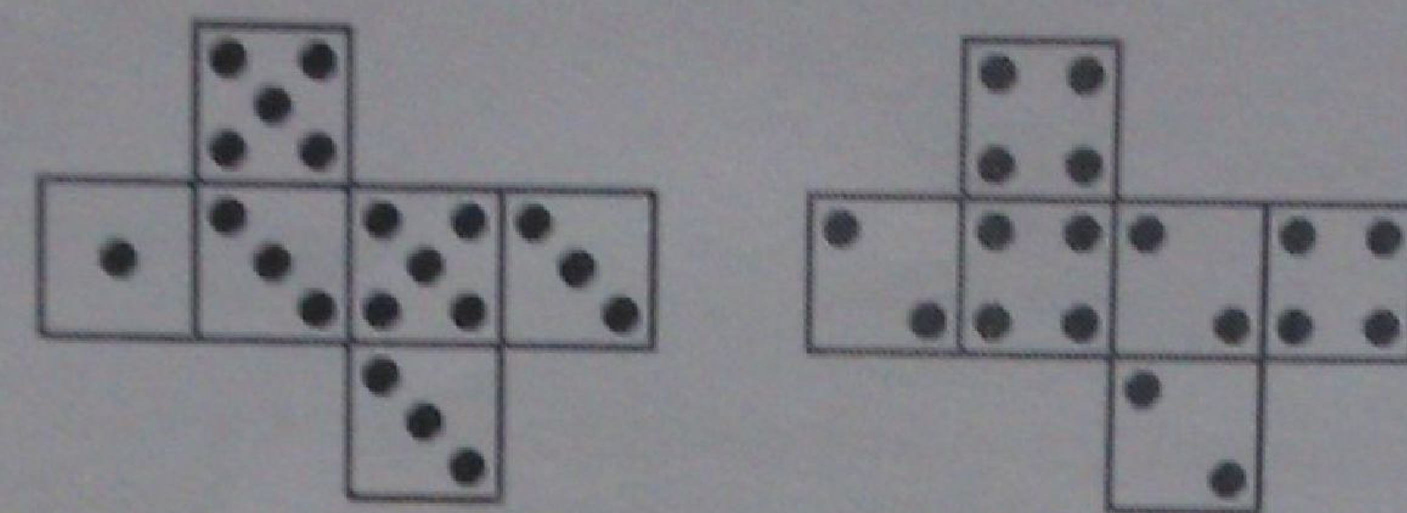
Задача 1. Разглеждаме следните две зарчета:

Синьо зарче *Червено зарче*



Нека при хвърлянето на двата зара случайната величина ξ е сборът на точките от синия и червения зар, а η – по-малкият брой точки от двата зара. Намерете:

а) съвместното разпределение на сл. в. ξ и η;

б) маргиналните разпределения на ξ и η;

в) коефициента на корелация $\rho(\xi,\eta)$.

Задача 2. Нека точката M е равномерно разпределена във вътрешността на ΔOAB, където $O=(0,0)$, $A=(1,0)$ и $B=(0,1)$. Да се намери средната стойност на лицето на ΔABM.

Задача 3. Теглото на случайно избран студент от ФМИ е нормално разпределена случайна величина Z с очакване $\mu=75$ кг и дисперсия $\sigma^2=225$ кг^2.

а) Каква е вероятността от 5 случайно избрани студенти да има поне двама, които са с тегло над 85 кг?

б) В сградата на ФМИ има асансьор, който има максимална товаримост от 375 кг. Намерете най-голямото естествено число n такова, че за W_n = сумата от теглата на n случайно избрани студенти, е изпълнено $P(W_n \geq 375) \leq 0.01$.

Задача 4. Нека $X_1, X_2, \dots, X_n$ са независими наблюдения над случайната величина ξ с плътност *(разпределение на Борел)*

$$P(\xi=x)=f_\xi(x\,|\,\theta)=\begin{cases}\dfrac{(\theta x)^{x-1}}{x!}e^{-\theta x}, & x=1,2,3,\dots\\ 0, & x\notin N\end{cases},$$

където $0<\theta<1$ е неизвестен параметър и $E\xi=\dfrac{1}{1-\theta}$. Намерете максимално правдоподобната оценка за математическото очакване на ξ и проверете дали е неизместена.

Задача 5. При бутилирането на бира в 10 отделни партиди са наблюдавани следните средни отклонения в проценти от обявеното на етикета количество:

-1,17 -0,46 -0,09 -0,80 0,50 0,09 -0,68 1,07 0,49 -0,18

Предполага се, че средните отклонения са нормално разпределени с очакване $\mu=0$ и дисперсия σ^2. Може ли при ниво на съгласие $\alpha=0.05$ да се отхвърли хипотезата H_0: $\sigma^2=1$ срещу алтернативата H_1: $\sigma^2<1$?