

Първо контролно – 4 април 2013 г.

1. Пресметнете периметъра и лицето на частта от равнината, определена с неравенствата: $x^2 - 8 \leq y \leq -|x|$.

2. Пресметнете определения интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 + \cos^2 x}$.

3. Докажете, че е сходящ и пресметнете несобствения интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$.

4. Изследвайте за сходимост интеграла

а) $\int_0^{\infty} \frac{\arctg^2 x}{x^\alpha |1-x|^\beta} \ln|1-x| dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{x^\alpha \left(\frac{\pi}{2} - x\right)^\beta} dx$.

5. Пресметнете $z''_{xy}(2,1)$, ако $z(x,y) = \arctg \frac{x+y}{x-y}$.
