# Теория

**Определимост**

Нека е дадена структура S = ([\Sigma](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5CSigma),D,I). Нека B[\subseteq](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Csubseteq)An. Казваме, че множеството B е *определимо* в структурата S, ако може да се намери формула F със свободни променливи x1,x2,...,xn (толкова на брой, колкото мерно е множеството B), такава че за всеки n елемента d1,...,dn[\in](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cin) D е изпълнено:

(d1,...,dn)[\in](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cin) B <=> FS,v[x1->d1,...xn->dn] = 1.

Казано с други думи: за да покажем, че едно множество е определимо, трябва да намерим формула, която описва точно неговите елементи. Забележете, че едно множество може да е определимо в една структура, а да не е определимо в друга, дори и те да имат един и същ носител D!

# Задачи

1. Запишете в подходящ език следните изречения и проверете дали са тавтологии; ако не са, покажете структура, в която не са верни и структура, в която са тъждествено верни:
   * "Ако: всеки бръснар в Джонсвил бръсне тези и само тези хора, които не бръснат сами себе си, то: в Джонсвил няма нито един бръснар"
   * "Ако: двама души са родственици на трети, то първият е родственик на втория и всеки е родственик на някого, то: ако Джон е родственик на Уилям, а Уилям - на Едит, тогава Джон е родственик на Едит"
   * "Ако: двама души са родственици на трети, то първият е родственик на втория и всеки е родственик на някого, то: всеки е родственик на някого"
   * "Ако всеки обича себе си, то някой някого обича"
   * "Ако всички обичат Джейн, то всички са обичани"
   * "Ако конете са животни, то главите на конете са глави на животни"
2. Нека M е непразно множество. Докажете, че следните мноожества са определими в структурата S = (2M;[\subseteq](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Csubseteq)) (навсякъде A,B,C са подмножества на M):
   * {[\emptyset](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cemptyset)} (внимание, не [\emptyset](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cemptyset), a {[\emptyset](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cemptyset)}!)
   * {M}
   * {(A,B) | A = B}
   * {(A,B) | A [\neq](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cneq)B}
   * {(A,B,C) | C = A U B }
   * {(A,B,C) | C = A [\cap](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Ccap)B}
   * {(A,B) | A = [\overline{B}](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Coverline%7BB%7D)}
   * { A | A се състои от точно един елемент (A е *синглетон*)}
3. Да се изкаже постулатът на Евклид в език със три предикатни символа: point/1, line/1, lies/2:
   * За всяка права и точка, която не лежи на нея съществува единствена права, успоредна на нея
4. Определимо ли е в структурата S = (<o;s;=>,N,I) за I(o) = 0, I(s)(x) = x+1, множеството
   * A = { n; в десетичния запис на [\pi](http://moodle.openfmi.net/filter/tex/displaytex.php?%5Cpi) има блок от поне n седмици }
   * Упътване: не се иска множеството да се определи, а да се докаже, че е определимо, т.е. че винаги може да се намери формула, която го определя.