# Теория

**Определимост**

Нека е дадена структура S = (,D,I). Нека BAn. Казваме, че множеството B е *определимо* в структурата S, ако може да се намери формула F със свободни променливи x1,x2,...,xn (толкова на брой, колкото мерно е множеството B), такава че за всеки n елемента d1,...,dn D е изпълнено:

(d1,...,dn) B <=> FS,v[x1->d1,...xn->dn] = 1.

Казано с други думи: за да покажем, че едно множество е определимо, трябва да намерим формула, която описва точно неговите елементи. Забележете, че едно множество може да е определимо в една структура, а да не е определимо в друга, дори и те да имат един и същ носител D!

# Задачи

1. Запишете в подходящ език следните изречения и проверете дали са тавтологии; ако не са, покажете структура, в която не са верни и структура, в която са тъждествено верни:
	* "Ако: всеки бръснар в Джонсвил бръсне тези и само тези хора, които не бръснат сами себе си, то: в Джонсвил няма нито един бръснар"
	* "Ако: двама души са родственици на трети, то първият е родственик на втория и всеки е родственик на някого, то: ако Джон е родственик на Уилям, а Уилям - на Едит, тогава Джон е родственик на Едит"
	* "Ако: двама души са родственици на трети, то първият е родственик на втория и всеки е родственик на някого, то: всеки е родственик на някого"
	* "Ако всеки обича себе си, то някой някого обича"
	* "Ако всички обичат Джейн, то всички са обичани"
	* "Ако конете са животни, то главите на конете са глави на животни"
2. Нека M е непразно множество. Докажете, че следните мноожества са определими в структурата S = (2M;) (навсякъде A,B,C са подмножества на M):
	* {} (внимание, не , a {}!)
	* {M}
	* {(A,B) | A = B}
	* {(A,B) | A B}
	* {(A,B,C) | C = A U B }
	* {(A,B,C) | C = A B}
	* {(A,B) | A = }
	* { A | A се състои от точно един елемент (A е *синглетон*)}
3. Да се изкаже постулатът на Евклид в език със три предикатни символа: point/1, line/1, lies/2:
	* За всяка права и точка, която не лежи на нея съществува единствена права, успоредна на нея
4. Определимо ли е в структурата S = (<o;s;=>,N,I) за I(o) = 0, I(s)(x) = x+1, множеството
	* A = { n; в десетичния запис на  има блок от поне n седмици }
	* Упътване: не се иска множеството да се определи, а да се докаже, че е определимо, т.е. че винаги може да се намери формула, която го определя.