# Теория

### Аритметика

Средствата на ПРОЛОГ, които разгледахме до момента са напълно достатъчни да реализират аритметика с числа (вж. предикатите nat, sum, leq,...). Така обаче всички сметки ще минават през интерпретатора на ПРОЛОГ и ще бъдат изключително бавни. Затова в ПРОЛОГ е предвидена възможност за смятане с аритметични изрази както във всеки друг език за програмиране.

*Оператор* наричаме едно- или двуаргументен предикатен или функционален символ, който се записва инфиксно, т.е. предикатният или функционалният символ е между аргументите си и не се използват скоби. Досега сме се запознали с оператора за унификация (=) и неговото отрицание (\=). ПРОЛОГ възприема записа X = Y като '='(X,Y).

Аритметичните операции в ПРОЛОГ са оператори за улеснение на записа:

* + (събиране)
* - (изваждане)
* \* (умножение)
* \*\* (степенуване)
* / (деление на реални числа)
* // (целочислено деление)
* mod (остатък при целочислено деление).

Аритметичен израз е терм, в който са използвани аритметичните операции, които имат същия приоритет, както в математиката (и други езици за програмиране). Например:

X + 2 \* (3 - 4 / 5.6 + ( 3 \*\* (Y mod 2) // 5)))

Аритметичният израз не се пресмята от ПРОЛОГ автоматично, а се възприема като терм. За да накараме ПРОЛОГ да изчисли стойността на аритметичен израз, използваме оператора is следния начин:

<променлива> is <аритметичен-израз>

Ако <променлива> няма стойност по време на оценката на горния атом, <аритметичен-израз> се пресмята и стойността му се присвоява на <променлива>. Ако в  участват променливи, то те трябва да имат конкретни стойности в момента на оценяване на аритметичния израз, в противен случай се издава съобщение за грешка. Ако <променлива> има стойност или е число, то is извършва проверка дали стойността на <аритметичен-израз> съвпада със стойността на <променлива> и връща съответно Yes или No. Израз със is не се преудовлетворява.

?-X is 2+3\*5.  
**X = 18**  
?-Y is X\*5.  
**Error: X not instantiated**  
?-X is 2+3\*5,Y is X\*5.  
**X = 18  
Y = 90;  
No**?-X is 2+3\*5, X is 18.  
**X = 18  
Yes**?-1 is 2.  
**No**

Друг начин за да накараме ПРОЛОГ да сметне аритметичен израз е да използваме някои от операторите за сравнение:

* =:= (равенство)
* =\= (неравенство)
* <
* >
* =<
* >=

Операторите за по-малко или равно и по-голямо или равно се пишат така, че да не приличат на "стрелкичка" - тя има значение на импликация в ПРОЛОГ. Операторите за сравнение се използват по следния начин:

<аритметичен-израз> <оператор> <аритметичен-израз>

И двата аритметични изрази се пресмятат, след което се сравняват и резултатът е Yes или No. Операторите за сравнение не се преудовлетворяват.

### Аритметични генератори

Генератор наричаме предикат, който последователно при преудовлетворяване изброява със или без повторение всички елементи на дадено множество.

Примери:

int(0).  
int(X) :- int(X1), X is X1+1.

int е пример за безкраен генератор, понеже би-могъл да се удволетворява безкрайно. При въпрос ?-int(X) се генерират последователно естествените числа.

between(X,Y,X) :- X=<Y.  
between(X,Y,Z) :- X<Y,X1 is X+1,between(X1,Y,Z).

?-between(a,b,X). генерира последователно всички естествени числа между конкретните стойност a и b. between е краен генератор.

### Отрицание

В ПРОЛОГ е възможно да се записва отрицание на атом. В сила са обаче някои ограничения:

* отрицание може да се записва само в цел или в тялото на правило.
* отрицание на атома A се записва not(A) или още \+ A
* отрицанието not(A) се удовлетворява само ако атомът A поставен като цел не се удовлетворява за *никои* стойности на променливите си
* отрицанието not(A) не се удовлетворява само ако атомът A поставен като цел се удовлетворява за някои стойности на променливите си. При отрицание нямаме начин да разберем кои са тези стойности, затова казваме, че отрицанието не е намиращо.

Пример за използване на отрицание е предикатът diff, който проверява дали списък се състои от различни (в смисъл на унификация) елементи

diff([]).  
diff([X|T]) :- not(member(X,T)),diff(T).

### Отсичане

ПРОЛОГ предлага възможност да контролиране процеса на извод като "отрязвате" ненужните преудовлетворявания. Специалният символ cut (!) записан в цел или тялото на правило забранява връщането назад (бектрекинга) наляво от него. Можем да си мислим за това в термините на дърво на извод - cut отрязва клона на дървото на извод от мястото където е поставен.

За пример да разгледаме предиката member:

member(X,[X|\_]).  
member(X,[\_|T]) :- member(X,T).

Нека например искаме да си отговорим на въпроса има ли в един списък число от 3 до 10, което е четно:

?-between(3,10,X),member(X,[1,3,9,17,38,59,110,11,3,12]),X mod 2 =:= 0.

Очевидно отговорът на този въпрос трябва да е No. ПРОЛОГ ще работи по следния начин: за всяко число X от 3 до 10 (генерирано от between), ще претърси целия списък и *всеки път* когато намери X в списъка ще прави проверка за четност. Ако тази проверка е неуспешна (както е в нашия случай), ПРОЛОГ ще се върне и ще претърси списъка до края. Бихме могли да си спестим претърсването на списъка до края в случай, че сме намерили числото X в списъка веднъж, а проверката за четност се е провалила. За целта е достатъчно да променим member по следния начин:

member(X,[X|\_]) :- !.  
member(X,[\_|T]) :- member(X,T).

Така когато ПРОЛОГ намери дадено число в списъка, предикатът member няма да се преудовлетвори заради cut. По друг начин казано - cut отрязва пътя наляво и надолу от себе си. Така когато се установи, че например намереното число 3 не удовлетворява проверката за четност, member няма да продължи да претърсва списъка до края, а ще пропадне заради cut и ще се извърши връщане назад към between.

Cut в повечето случаи може да се спести, като се използва някаква проверка, например:

member(X,[X|\_]).  
member(X,[Y|T]) :- Y\=X,member(X,T).

Добрият стил на програмиране на ПРОЛОГ изисква да използвате ! само за оптимизация, да не разчитате на него за построяване на логиката на програмите си и да знаете винаги как да замените дадено използване на ! с негово еквивалентна проверка.

Отсичането и отрицанието са взаимно заменяеми, например, за да напишете еквивалент на оператора if P then Q else R бихте могли да използвате отрицание:

S :- P,Q.  
S :- not(P),R.

или отсичане:

S :- P,!,Q.  
S :- R.

т.е. ако P е вярно - Q и не се връщай повече назад и надолу; ако P не е вярно, ще попаднем във втората клауза; там можем да си спестим проверката not(P) - не бихме могли да попаднем долу, ако P беше вярно заради !.

Отрицанието може да се реализира чрез !:

not(A) :- A,!,fail.  
not(A).

където fail е атом, който никога не се удовлетворява( той може от своя страна да се дефинира например така:

fail :- 1 = 2.

# Задачи

Множество представяме чрез списък, без повторение на елементите.

1. Да се състави предикат notmember(X,L), който се удовлетворява, ако X не е елемент от L.

2. Да се състави предикат isset(L), който се удовлетворява, ако L е списък

3. Да се съставят предикатите union(A,B,C), intersect(A,B,C) и diff(A,B,C), реализиращи съответните теоретико-множествени операции обединение, сечение и разлика. Да се обърне внимание на разликите между трите предиката.

4. Да се съставят предикатите flatten, reverse и palindrom, където flatten(L,L1) се удовлетворява например за L=[1,2,[3,[4,5]],6,7] и в L1 получаваме L1=[1,2,3,4,5,6,7]. Reverse обръща списъка, а palindrom проверява дали списъка е симетричен отностно средата. Да се направи palindrom със и без reverse.

1. Да се намери сумата от елементите на списък

2. Да се намери сумата от четните елементи на списък (контролно)

3. Да се намери максималният елемент в списък

4. Да се провери дали елементите на даден списък образуват монотонно ненамаляваща редица.

5. Като се използва предиката за пермутиране на списъка и този от задача 4 да се дефинира предикат, който сортира даден списък.

6. Да се дефинира предиката insert-sort(L,X,L1), който вмъква X в сортирания списък L, така че да се запази наредбата на елементите.

7. Да се дефинира предикат, който "слива" два сортирани списъка в трети сортиран.

8. Да се реализира аллоритъма quck-sort.

9. Да се намери по дадено число списъка от цифрите му.

10. Да се провери дали дадено число е просто.

11. По дадено число да се намери списъкът на делителите му.

12. Да се дефинира предиката nat(X), който при преудовлетворяване генерира естествените чсила

13. Да се дефинира предиката fact(X,N), който се удовлетворява за X-естествено число и в N получаваме X!

14. Да се състави предиката factgen(X), kойто при преудовлетворяване генерира факториелите на естествените числа.

15. Да се дефинира предикат, намиращ НОД на две естествени числа.