15.Хорнови дизюнкти

**Хорнови дизюнкти.**

**Дефиниция( Хорнов дизюнкт).**

Дизюнктът Dнаричаме Хорнов, ако най - много един от неговите литерали е позитивен.

* \blacksquareе Хорнов дизюнкт;
* \{p\}е Хорнов дизюнкт - **факт**;
* \{p, \lnot{q_1}, \dots , \lnot{q_n}\}, n > 0е Хорнов дизюнкт - **правило**;
* \{\lnot{q_1}, \dots , \lnot{q_m}\}, m > 0е Хорнов дизюнкт - **цел**.

**Дефиниция( програма ).**

Ако едно множество от Хорнови дизюнкти съдържа само факти и правила, ще го наричаме програма( хорнова програма ).

**Твърдение ( критерий за неизпълнимост ).**

Нека Sе неизпълнимо множество от хорнови дизюнкти и \blacksquare \not \in S. Тогава Sсъдържа поне един факт и поне една цел.

Доказателство:

Допускаме, че Sне съдържа факти. Нека D \in S, S \ne \emptysetе цел или правило , тогава в Dима най-много един позитивен литерал. Тогава същетстува q, такова че \lnot q \in D.  
Нека разгледаме следната интерпретация: I_{false}[p] = f*( винаги дава оценка лъжа )*, тогава за всяка променлива p \ \Rightarrow \ I_{false} \models \lnot p. От това, че в Dима поне един непозитивен литерал следва, че I_{false} \models D \ \ \Rightarrow \ \ I_{false} \models S, но това е противоречие с изпълнимостта на S, тоест допускането ни, че Sне съдържа факти е грешно.

Допускаме, че Sне съдържа цели. Тогава D \in S, Dе факт или правило, следователно съдържа поне един позитивен литерал. Разглеждаме интерпретацията I_{true}[p] = t, тогава получаваме, че I_{true} \models D \ \ \Rightarrow \ \ I_{true} \models S, което е противоречие, следователно Sсъдържа поне една цел. с.к.т.д.

**Следствие.**

Всяка хорнова програма е изпълнима.

**Дефиниция**

Нека Sе множество от хорнови дизюнкти и Xе множество от модели на S. Дефинираме си следната булева интерпретация I_X:  
I_X[p] = t \leftrightarrowза всяка интерпретация J \in X, J[p]=t, за всяка променлива p.

**Лема**

Нека Sе множество от хорнови дизюнкти и Xе множество от модели на S. Нека X \neq \varnothing. Тогава I_X \models S.

**Доказателство**:  
Ако Jе една булева интерпретация, то Jможем да отъждествим с множеството Aна всички променливи, верни при J. A_J = \{p | J[p] = t\}и обратно, всяко подмножество от съждителни променливи, можем да отъждествим с булева интерпретация:  
J_A[p] = t \leftrightarrow p \in A.  
Така за нашето I_Xполучаваме  
I_X[p] = t \leftrightarrow p \in A_{I_X}  
\leftrightarrowза всяка интерпретация J \in X, J[p] = t  
\leftrightarrowза всяка интерпретация J \in X, p \in A_J  
p \in \cap_{J \in X} A_J  
Тоест A_{I_X} = \cap_{J \in X} A_J. I_Xе "сечение" на интерпретациите от X.

Сега същинското доказателство на лемата:  
Нека D \in S, тогава D \neq \blacksquareи разбира се  
1.D = \{p\} е факт  
2.D = \{\neg q_1,...,\neg q_n\} е цел, n > 0  
3.D = \{\neg q_1,...,\neg q_n,p\} е правило n > 0

1. Нека J \in Xтогава J \models S, J \models {p}, J[p] = tследователно за всички J \in X, J[P] = t \leftarrow I_x[p] = t, I[x] = t.  
2.D = \{\neg q_1,...,\neg q_n\}, да допуснем че I_x \moddels D