15.Хорнови дизюнкти

**Хорнови дизюнкти.**

**Дефиниция( Хорнов дизюнкт).**

Дизюнктът наричаме Хорнов, ако най - много един от неговите литерали е позитивен.

* е Хорнов дизюнкт;
* е Хорнов дизюнкт - **факт**;
* е Хорнов дизюнкт - **правило**;
* е Хорнов дизюнкт - **цел**.

**Дефиниция( програма ).**

Ако едно множество от Хорнови дизюнкти съдържа само факти и правила, ще го наричаме програма( хорнова програма ).

**Твърдение ( критерий за неизпълнимост ).**

Нека е неизпълнимо множество от хорнови дизюнкти и . Тогава съдържа поне един факт и поне една цел.

Доказателство:

Допускаме, че не съдържа факти. Нека е цел или правило , тогава в има най-много един позитивен литерал. Тогава същетстува , такова че .
Нека разгледаме следната интерпретация: ![I_{false}[p] = f]()*( винаги дава оценка лъжа )*, тогава за всяка променлива . От това, че в има поне един непозитивен литерал следва, че , но това е противоречие с изпълнимостта на , тоест допускането ни, че не съдържа факти е грешно.

Допускаме, че не съдържа цели. Тогава е факт или правило, следователно съдържа поне един позитивен литерал. Разглеждаме интерпретацията ![I_{true}[p] = t](), тогава получаваме, че , което е противоречие, следователно съдържа поне една цел. с.к.т.д.

**Следствие.**

Всяка хорнова програма е изпълнима.

**Дефиниция**

Нека е множество от хорнови дизюнкти и е множество от модели на . Дефинираме си следната булева интерпретация :
![I_X[p] = t \leftrightarrow]()за всяка интерпретация ![J \in X, J[p]=t](), за всяка променлива .

**Лема**

Нека е множество от хорнови дизюнкти и е множество от модели на . Нека . Тогава .

**Доказателство**:
Ако е една булева интерпретация, то можем да отъждествим с множеството на всички променливи, верни при . ![A_J = \{p | J[p] = t\}]()и обратно, всяко подмножество от съждителни променливи, можем да отъждествим с булева интерпретация:
![J_A[p] = t \leftrightarrow p \in A]().
Така за нашето получаваме
![I_X[p] = t \leftrightarrow p \in A_{I_X}]()
за всяка интерпретация ![J \in X, J[p] = t]()
за всяка интерпретация 

Тоест . е "сечение" на интерпретациите от .

Сега същинското доказателство на лемата:
Нека , тогава и разбира се
1. е факт
2. е цел, 
3. е правило 

1. Нека тогава ![J \models S, J \models {p}, J[p] = t]()следователно за всички ![J \in X, J[P] = t \leftarrow I_x[p] = t, I[x] = t]().
2., да допуснем че 