14Унификация. Най-общ унификатор

До сега говорихме за замени в термове, сега ще говорим за тях по друг начин.

**Дефиниция (Субституция)**

Субституция е крайно множество от вида \{ x_1/\tau_1,... x_n/\tau_n \}, където x_1,... x_nса индивидни променливи, а \tau_1,...\tau_nса термове, при това за всяко i=1..n, \ x_i \neq \tau_i

**Една важна субституция**

\iota- йот, това е \iota \rightleftharpoons \varnothingпразната субституция

**Дефиниция (сигма ‘шапка’)**

Нека \sigmaе субституция, \sigma = \{ x_1/\tau_1,...,x_n/\tau_n\}. Дефинираме изображението \hat{ \sigma} : \mathcal{T}\cup \{безкванторни формули \} \rightarrow \mathcal{T} \cup \{безкванторни формули \}.

\hat\sigma = \begin{cases} \tau_i : x = x_i, i=1..n \\ x : x \notin \{x_1,..,x_n\} \end{cases}

\hat\sigma(x) \leftrightharpoons x [x_1/\tau_1,...,x_n/\tau_n], x- индивидна променлива  
\hat\sigma(c) \leftrightharpoons c, c- индивидна константа  
\hat\sigma(f(\tau_1,...,\tau_n)) \leftrightharpoons f(\hat\sigma(\tau_1),...,\hat\sigma(\tau_n)), f(\tau_1,...,\tau_n)- терм  
\hat\sigma(p(\tau_1,...,\tau_n)) \leftrightharpoons p(\hat\sigma(\tau_1),...,\hat\sigma(\tau_n)), p(\tau_1,...,\tau_n)- атомарна предикатна формула  
\hat\sigma(\neg \varphi ) \leftrightharpoons \neg \hat\sigma(\varphi), \varphi- безкванторна предикатна формула  
\hat\sigma( \varphi_1 \vartheta \varphi_2 ) \leftrightharpoons \hat\sigma( \varphi_1) \vartheta \hat\sigma( \varphi_1), \vartheta \in \{ \And,\lor,\Rightarrow, \Leftrightarrow\}  
Тоест \hat{\sigma}е изображението което **прилага** субституцията[1](javascript:;)

**Дефиниция**

F: \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}. Съществува субституция \sigma : F = \hat\sigmaтогава и само тогава когато:  
i Fе хомоморфизъм в алгебрата на термовете и  
ii само за краен брои индивидни променливи F(x) \neq x.

**Дефиниция (Еквивалентност на субституции)**

Две субституции са равни т.с.т.к. съответните им изображения са еднакви.  
\sigma_1 = \sigma_2 \leftrightarrow \hat\sigma_1 = \hat\sigma_2

**Означение**

Вместо \hat\sigma(\tau)ще пишем \tau \sigma.

**Композиция на субституции**

Нека \sigma, \xiса субституции. \sigma = \{ x_1/\tau_1,..,x_n/\tau_n \},\xi = \{ y_1/\varkappa_1,..,y_n/\varkappa_m \}  
Сега имаме \hat\sigmaи \hat\xi  
F(\tau)=\hat\sigma(\hat\xi(\tau))наричаме композиция на изображения.  
Fе породено от субституции и има субституця \eta, която го дефинира:  
\eta = \{y_1/\varkappa_1\sigma,...,y_2/\varkappa_2\sigma , x_{i1}/\tau_{i1},...,x_{il}/\tau_{il}\}\setminus \{ y_i/\varkappa_i\sigma | y_i = \varkappa_i\sigma, i=1..n \}, където:  
x_{i1},...,x_{il}са всички променливи измежду x_1,..,x_n, които са различни от y_1,..y_mи \varkappa_i\sigmaса съответната \varkappaподложена на субституцията \sigma.

Композицията бележим по следния начин \eta = \sigma \circ \xi.  
И, разбира се, \hat\eta (\tau) = \hat\sigma(\hat\xi(\tau))

**Свойства на композициите**

\iota \sigma = \sigma = \sigma \iota  
\xi \circ (\sigma \circ \eta) = (\xi \circ \sigma) \circ \eta  
\delta(\tau)- броят на символите в думата \tau  
\delta(\tau) \le \delta(\tau\sigma)

**Дефиниция Преименуваща субституция**

Нека Eе множество от термове, а \sigmaе субституция. Казваме, че \sigmaе **преименуваща** за E, ако за всяка променлива x, която се среща в терм от Eимаме:  
i x \in \displaystyle \cup_{\tau \in E} Var[\tau] \ \Longrightarrow \ \hat\sigma(x)е променлива и  
ii x, y \in \displaystyle \cup_{\tau \in E} Var[\tau] \ \Longrightarrow \ \hat\sigma(x) \neq \hat\sigma(y)

Footnotes

[1](javascript:;). субституцията сама по себе си е множество