12.Езици с формално равенство

Нека е предикатен език без формално равенство, да означим с , езикът който се получава от при добавянето на формално равенство.
Тогава произволна структора за езика е структура и за езика 

**Свойства на формалното равенство**










**Проверка на две от равенствата**:

Имаме в 

ще проверим това свойство за производен елемент от универсума на структурта.


![\iff ||a||^{\mathcal{A}}[\upsilon_a^x] = ||a||^{\mathcal{A}}[\upsilon_a^x]]()
-тук вече е очевидно


Сега проверяваме предпоследното свойство

за произволни 

(1)



полагаме 

(2)



за произволни ако в тогава в

Нека 
тогава имаме за всяка отделна оценка 
от което следва ![||x_1||^{\mathcal{A}}[\omega] = ||y_1||^{\mathcal{A}}[\omega],...,||x_n||^{\mathcal{A}}[\omega] = ||y_n||^{\mathcal{A}}[\omega]]()
от което следва 
ние искаме да докажем ,
което е равносилно на ![\mathcal{A} \underset{\omega}{\models} <||x_1||^{\mathcal{A}}[\omega],...,||x_n||^{\mathcal{A}}[\omega]> \in p^{\mathcal{A}}]()точно когатo ![<||y_1||^{\mathcal{A}}[\omega],...,||y_n||^{\mathcal{A}}[\omega]> \in p^{\mathcal{A}}](),
което е равносилно на точно когато 

**Аксиоми за равенство**

Нека е двуместен предикатен символ и . С да означим горните формули, като е заместено с , тоест и 
Така дефинираното наричаме **аксиоми за равенство за езика **

**Твърдение, конгуренция**

Нека е структура за . Ако , то са в сила следните:

1. - релация на еквивалентност в ;
2. За произволни ако ![[a_1]=[b_1],..,[a_n]=[b_n]](), тo 
В този случай се казва, че е съгласуван с или
е конгуренция при 

3. За произволни ако ![[a_1]=[b_1],..,[a_n]=[b_n]](), то ![[f^{\mathcal{A}}(a_1,...,a_n)]=[f^{\mathcal{A}}(b_1,...,b_n)]]()
В този случай се казва, че е съгласуван с или
е конгуренция относно 

**Дефиниция**

Нека е структура за езика . Нека е релация на еквивалентност в която е конгуренция относно за приоизволнo от .
Дефинираме структурата по следния начин: универсумът на тази структура е ![Ð� / Ð� = \{ [a]_{E} | a \in A\}]()(тоест фактормножеството)

* ![c^{A / E} \leftrightharpoons [c^{\mathcal{A}}]]()за всички индивидни константи 
* ![[a_1],..,[a_n] \in A / E \leftrightharpoons \{ <[a_1],...,[a_n]> | <a_1,..,a_n> \in p^{A} \}ÿ32ÿÿ33ÿ[[$ f^{A / E}([a_1]_{E},...,[a_n]_E) \leftrightharpoons [f^{\mathcal{A}}(a_1,..,a_n)]_E]().

За казваме че е факторгрупа на относно конгуренцията .

**Твърдение**

Нека е структура за е конгуренция в . Нека е оценка в .
Дефинираме оценката ![\omega : \omega(x) \leftrightharpoons [\upsilon(x)]_{E}]().
Тогава

1. За всеки терм от , стойността на ![\big[ ||\tau||^{\mathcal{A}}[\upsilon]\big] = ||\tau||^{A / E}[\omega]]()
2. За всяка формула //
3. За всяка затворена формула 

Нека тогава е контур в .