

Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Писмен конкурсен изпит по математика
25 юли 2006 г.

ТЕМА 1

Задача 1. Да се реши уравнението $|x^2 - 2x - 3| = 3 - 3x$.

Задача 2. Да се реши системата уравнения
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 - y^2 + x + y = 6 \end{cases}$$

Задача 3. Даден е трапец $ABCD$ с основи $AB = 24$, $CD = 10$ и бедра $AD = BC = 13\sqrt{2}$. Да се намери дължината на радиуса на описаната около трапеца окръжност.

Задача 4. Даден е равнобедрен триъгълник ABC с основа $AB = 4$ и радиус на вписаната окръжност $r = \sqrt{2}$. Да се намерят дължината на бедрото и лицето на триъгълника.

Задача 5. Да се реши неравенството $\sqrt{x^2 - 5x + 4} \geq 2 - 3x$.

Задача 6. Дадена е функцията $f(x) = x^3 - ax^2 + abx$, която при $x = a$ има локален минимум, чиято стойност е равна на b . Да се намерят числата a и b .

Задача 7. Даден е триъгълник ABC с лице $S = 4\sqrt{10}$. Разстоянията от върховете A и B до ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$ са съответно равни на 1 и 3. Да се намерят дължините на страните на триъгълника.

Задача 8. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които всяко решение на неравенството $ax^2 - (2a - 1)x - 2 \geq 0$ е решение и на неравенството $x + a \geq 0$.

Задача 9. Около окръжност с радиус $r = 1$ е описан изпъкнал четириъгълник $ABCD$ с диагонал $BD = \sqrt{5}$ и $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 120^\circ$. Да се намери лицето на четириъгълника.

Задача 10. Да се намерят стойностите на реалните параметри b и c , за които неравенството $|8x^2 + bx + c| \leq 1$ е изпълнено за всяко число x от интервала $[0; 1]$.

Време за работа – 5 часа

Драги кандидат-студенти,

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!