

Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Писмен конкурсен изпит по математика
18 юли 2006 г.

ТЕМА 3

Задача 1. Да се реши уравнението $\frac{x-5}{x-2} - \frac{x-6}{5-x} = \frac{x^2-6x+2}{x^2-7x+10}$.

Задача 2. Да се реши уравнението $\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3} = 1$.

Задача 3. Даден е правоъгълен триъгълник с периметър, равен на 24 и радиус на вписаната окръжност $r = 2$. Да се намерят дължините на страните на триъгълника.

Задача 4. В успоредник $ABCD$ ъглополовящите на $\sphericalangle BAD$ и $\sphericalangle ABC$ се пресичат в точка M , лежаща на страната CD . Да се намерят дължините на страните и лицето на успоредника, ако $AM = 2\sqrt{5}$ и $BM = 4$.

Задача 5. Да се реши неравенството $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1$.

Задача 6. Да се намерят най-голямата и най-малката стойности на функцията $f(x) = 4^{\sin x + 1} - 2^{\sin x} + 1$.

Задача 7. В остроъгълен триъгълник ABC точката D е петата на височината през върха A , H е ортоцентърът на триъгълника, а точките M и N са средите съответно на отсечките AB и CH . Да се намери лицето на триъгълника MDN , ако $AB = 4$ и $\sphericalangle ACB = 30^\circ$.

Задача 8. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , при които уравнението $||x^2 - 1| - 2a| = a^2 + 1$ има точно три реални корена.

Задача 9. Основата на четириъгълна пирамида $ABCDQ$ е ромб $ABCD$ с $\sphericalangle BAD = 30^\circ$, а околният ръб DQ е перпендикулярен на равнината на основата. Разстоянието между правите BC и AQ е равно на 1, а ъгълът между околните стени BCQ и CDQ е равен на 45° . Да се намери обемът на пирамидата.

Задача 10. Дадено е уравнението $(1+x)^n = 1+nx$, където n е цяло число, $n > 1$. Да се намерят стойностите на n , за които всеки реален корен на уравнението е цяло число.

Време за работа – 5 часа

Драги кандидат-студенти,

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!