



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
ВТОРО РАВНИЩЕ
23 МАРТ 2014 Г.

ТЕМА 2

Задача 1. Да се реши уравнението $5 \cdot 25^x + 24 \cdot 5^x - 5 = 0$.

Задача 2. Даден е правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C , за който AM ($M \in BC$) и BN ($N \in AC$) са медиани. Ако $AM = \sqrt{7}$ и $BN = \sqrt{13}$, да се намери лицето на триъгълника.

Задача 3. Да се реши неравенството $\left| \frac{2x-12}{x-3} \right| \geq 4$.

Задача 4. Дадена е окръжност с радиус $R = \sqrt{5}$ и точка A на разстояние 3 от центъра ѝ. Да се намери лицето на равнобедрен триъгълник ABC , основата BC на който е хорда в окръжността и височината през върха A е равна на основата.

Задача 5. Да се реши системата
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3 \\ 2x - xy + y^2 = 4 \end{cases}$$

Задача 6. Даден е куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ръб $AB = 4$. Точките M и N са средите съответно на ръбовете BC и CC_1 . Да се намери лицето на сечението на куба с равнина γ , определена от точките A , M и N .

Задача 7. В триъгълник ABC $\sphericalangle BAC = 60^\circ$, а AL ($L \in BC$) и BM ($M \in AC$) са съответно ъглополовяща и медиана, които се пресичат в точка P . Да се намерят ъглите на триъгълника ABC , ако четириъгълникът $CMPL$ е вписан в окръжност.

Задача 8. Нека a , b и c са реални числа такива, че $2a + 3b + 6c = 0$. Да се докаже, че уравнението $ax^2 + bx + c = 0$ има корен в интервала $[0; 1]$.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!