



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА I

24 март 2013 г.

ТЕМА №3.

Задача 1. В триъгълника ABC имаме $AC = 7$, $BC = 3$ и $\cos \angle ABC = \frac{1}{2}$. Да се намерят страната AB , лицето S на триъгълника ABC и $\sin \angle CAB$.

Задача 2. Да се реши уравнението:

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+5} = 1.$$

Задача 3. Ъглополовящата на ъгъл CAB в триъгълника ABC пресича височината CH в точка M . Да се намери радиусът R на описаната около триъгълника ABC окръжност при условие, че $CM = 2$, $\angle CAB = 60^\circ$ и $\angle ABC = 45^\circ$.

Задача 4. Да се реши неравенството:

$$\frac{|x-1| - |x+1|}{x+2} \geq 0.$$

Задача 5. Даден е правоъгълник $ABCD$ със страни $AB = 5$ и $BC = 4$, за който пресечната точка на диагоналите AC и BD е означена с O . Точката M лежи върху страната AB така, че $AM = CM$, а N е пресечната точка на страната CD с правата OM . Да се намери дължината на отсечката MN .

Задача 6. Да се реши уравнението:

$$x + \log_5(26 - 5^x) = 2.$$

Задача 7. В кръжок по математическа логика участват няколко ученици. По време на заниманията всеки от тях играе роля, която е известна на останалите – или е „лъжец“ (винаги лъже), или е „честен“ (винаги казва истината). На всеки от кръжочниците, във връзка с всеки от останалите, се задава въпросът: „Какъв е той (тя) – „лъжец“ или „честен“?“. В резултат са получени общо 26 отговора „честен“ и 30 – „лъжец“. Колко ученици членуват в кръжока, колко от тях са „лъжци“ и колко „честни“?

Задача 8. Нека $x_1 < x_2$ са корените на квадратното уравнение $x^2 - px + q = 0$. Да се намерят стойностите на p и q при условие, че числата x_1 , x_2 , $p+3$ и $q+3$ в този ред образуват аритметична прогресия.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!