

ИЗПИТ

по ДИС2, специалност "Компютърни науки"

10 септември 2014г.

Име:..... Фак.номер:.....

1. Пресметнете границата

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x \operatorname{arctg} t^2 dt}{x} .$$

2. Формулирайте и докажете интегралния критерий за сходимост на числов ред.

3. Формулирайте теорема, даваща достатъчно условие границата на дадена редица от непрекъснати функции да е непрекъсната. Формулирайте теорема, даваща достатъчно условие границата на дадена редица от диференцируеми функции да е диференцируема. Докажете първата от формулираните теореми.

4. Развийте функцията arctg в ред на Маклорен. Обосновайте стъпките си, намерете интервала на сходимост на получения степенен ред. Равномерно сходящ ли е той?

5. Нека U е отворено множество в $\mathbb{R}^2$, а $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ е скаларна функция, дефинирана в него. Какво значи f да е диференцируема в дадена точка от U ? Диференцируема ли е функцията

$$f_1(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

в началото на координатната система? Отговорете на същия въпрос за функцията

$$f_2(x, y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

6. Нека φ е гладка функция на два аргумента, дефинирана в цялата равнина, и $f(x, y, z) = \varphi(xy, \frac{y}{z})$. Докажете, че f удовлетворява диференциалното уравнение

$$-x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = 0 .$$

7. Дайте дефиниция за локален условен екстремум. Формулирайте теоремата на Лагранж (необходимо условие за локален условен екстремум). Намерете най-голямата и най-малката стойност на функцията $f(x, y, z) = xyz$ при условие

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3 .$$