

**ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ**  
**за завършване на образователно-квалификационна**  
**степен „бакалавър“**  
**за специалност „Математика и информатика“**  
**5 август 2020 г.**

1. а) Даден е полиномът  $P(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x + 1$ . Да се намерят остатъците при делението на  $P(x)$  с  $x^2 - 4$  и с  $x^2 + x + 3$  съответно.
- б) Да се намери полином от трета степен, който при деление с  $x^2 - 4$  дава остатък  $2x - 5$ , а при деление с  $x^2 + x + 3$  дава остатък  $-5x - 9$ .
2. Даден е триъгълник  $ABC$  със страни  $a, b, c$ , медиани съответно  $m_a, m_b, m_c$  и лице  $S$ .
- а) Докажете, че  $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$  и  $Q = \frac{3}{4}S$ , където  $Q$  е лицето на триъгълника, със страни медианите  $m_a, m_b, m_c$ .
- б) Докажете, че сборът на котангенсите на ъглите на триъгълника  $ABC$  е равен на сбора на котангенсите на ъглите на триъгълника, със страни медианите  $m_a, m_b, m_c$ .
3. Да се намерят стойностите на параметъра  $a$ , за които уравнението  $2\sin x + \cos x = a$  има единствено решение в интервала  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ .

**Забележка:** Оценката ще бъде оформена върху две от трите дадени задачи. Моля, изберете за решаване онези две задачи, които считате, че може да решите най-добре.

Оценката се пресмята по формулата  $K = 2 + 0,2T$ , където  $T$  е броят на получените точки. За „среден 3“ са необходими поне 5 точки.

**Време за работа – 2 часа.**