

ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ
За завършване на образователно-квалификационна
степен „бакалавър“
за специалността „Математика и информатика“
12 юли 2016 г.

Задача 1. Дадена е декартова координатна система Oxy .

- а) Изобразете в Oxy всички точки (x, y) , за които $|x-5|+y=3$;
- б) Изобразете в Oxy всички точки (x, y) , за които $|x|+|y|\leq 1$;
- в) Намерете всички стойности на реалния параметър b , за които системата

$$\begin{cases} |x-b|+y=\frac{3}{b} \\ |x-a|+|y|\leq 1 \end{cases}$$

няма решение за нито една стойност на параметъра a .

Задача 2. Даден е остроъгълен триъгълник ABC ($AC < BC$) с височина CH ($H \in AB$). В триъгълника AHC е вписана окръжност с център O и радиус r , а в триъгълника HBC е вписана окръжност с център Q и радиус R . Точката T е допирната точка на вписаната в триъгълника ABC окръжност със страната AB .

- а) Докажете, че $HT = R - r$;
- б) Определете вида на триъгълника OTQ според страните и според ъглите му.

Задача 3. Дадена е редицата от реални числа $a_1, a_2, \dots$, за която $a_1 = 1$ и $a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}$ за $n=1, 2, \dots$

- а) Докажете, че $0 < a_n < 2$ за всяко $n=1, 2, \dots$
- б) Докажете, че дадената редица е монотонна.
- в) Докаже, че дадената редица е сходяща и намерете нейната граница.

Забележка: Оценката ще бъде оформена върху две от трите дадени задачи. Моля, изберете за решаване онези две задачи, които считате, че може да решите най-добре.

Време за работа – 2 часа.