

Държавен изпит
за специалност „Математика и информатика”
бакалавър, редовно и задочно обучение
14-15 юли 2011

1. а) Да се реши уравнението $x^4 - 2ax^2 + x + a^2 - a = 0, x \in \mathbb{R}$, където a е реален параметър.

б) Определете броя на реалните корени на уравнението

$$x^4 - 2\sqrt{5}x^2 + x + 5 - \sqrt{5} = 0, x \in \mathbb{R}.$$

2. Окръжностите k_1 и k_2 се допират вътрешно до окръжност k съответно в точки M и N . Правата PQ ($P \in k_1, Q \in k_2$) е обща вътрешна допирателна за k_1 и k_2 . Нека $MP \cap k = A$, а $NQ \cap k = B$. Докажете, че отсечката AB е диаметър за окръжността k .

3. Нека $M(x; y)$ е точка, зададена спрямо ортонормирана координатна система в равнината. Намерете лицето на областта, състояща се от всички точки M , чиито координати удовлетворяват условията
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ x + 7y \geq 25 \end{cases}.$$

Забележки.

Време за работа 2 часа.

Оценката се оформя върху две от дадените три задачи.