

Практически държавен изпит
специалност Математика и Информатика,
22 март 2008г.

Студентите решават **Задача Г** по геометрия, една от задачите **A1** или **A2** по алгебра и задачата по информатика.

Задача Г Точките A , B и C лежат на една права. Построени са окръжностите k_1 и k_2 с диаметри AB и BC . Права през A пресича k_1 в точка D и се допира до k_2 в точка E . Да се намерят радиусите на окръжностите, ако $BD = 9$ и $BE = 12$.

Задача A1 В пространството $\mathbb{R}^4$ на наредените четворки реални числа да дадени подпространството $U \subset \mathbb{R}^4$ от решения на хомогенното линейно уравнение

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

и линейната обвивка $W = l(b_1, b_2, b_3) \subset \mathbb{R}^4$ на векторите

$$b_1 = (1, -3, 1, -3), \quad b_2 = (3, 1, 3, 1), \quad b_3 = (5, -1, 5, -1).$$

- (а) Да се определи ранга на системата вектори b_1, b_2, b_3 .
- (б) Да се намери хомогенна линейна система с пространство от решения W .
- (в) Да се намери базис на сечението $U \cap W$.
- (г) Да се докаже, че $U + W = \mathbb{R}^4$.

Задача A2 (а) Да се намерят стойностите на реалните параметри p, q , за които полиномът

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + px^2 + qx + 8$$

има четири реални корена $x_1, \dots, x_4$, изпълняващи равенствата

$$5x_1 + 5x_2 = 3x_3 + 3x_4,$$

$$x_1^2 x_2^2 = x_3 x_4.$$

- (б) Да се докаже, че ако измежду корените y_1, y_2, y_3 на полинома

$$g(y) = y^3 - ay^2 + by - c \in \mathbb{C}[y]$$

има два противоположни, $y_2 = -y_1$, то $c = ab$.

Нека е даден класът:

```
public class Drob{  
    private int a;  
    private int b;  
}
```

който реализира обикновена дроб. Полето **a** съдържа числителя, а полето **b** – знаменателя на дробта.

Да се допълни класът **Drob** със следните методи:

а) да се дефинират подходящи конструктори, включващи и конструктор без параметри, който да създава дробта 1/1;

б) **private static int ngod(int a, int b)**

който връща най-големия общ делител на **a** и **b** ;

в) **public Drob suma(Drob d)**

който връща сумата на две дроби, като за получената дроб е осъществено възможното съкращение на числителя и знаменателя.

г) **public static int compare(Drob d1, Drob d2)**

който връща стойностите -1, 0 или 1, в зависимост от това дали дробта d1 е съответно по-малка, равна или по-голяма от дробта d2..

Да се напише клас **ProbaDrob**, който притежава main метод и в него има по един пример за използването на методите suma и compare.

Забележки:

- 1) Ако е необходимо, може да се реализират и използват помощни методи и конструктори.
- 2) Навсякъде да се смята, че числителя и знаменателя на дроб са различни от нула, а при конструиране на дроб да се задават ненулеви числител и знаменател.