

Факултет по математика и информатика
СУ "Св. Климент Охридски"

Държавен изпит – ОКС "Бакалавър"

специалност "Статистика"

05 август 2020 г.

Задача 1.

Да се пресметнат интегралите:

а)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^\alpha} dx, \quad \text{където } \alpha \text{ е реално число,}$$

б)

$$J = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)^2} dx.$$

Факултет по математика и информатика
СУ "Св. Климент Охридски"

Държавен изпит – ОКС "Бакалавър"

специалност "Статистика"

05 август 2020 г.

Задача 2.

Случайната величина ξ е нормално разпределена с параметри $\mu \in (-\infty, \infty)$ и $\sigma^2 = 4$, т.е. $\xi \in N(\mu, 4)$.

а) Намерете условната вероятност

$$P(|\xi| < 1 | 0 \leq \xi < 3)$$

в случая, когато $\mu = 2$.

б) Нека $X_1, \dots, X_n$ са независими наблюдения над случайната величина $\xi \in N(\mu, 4)$, където μ е неизвестен параметър. Намерете максимално правдоподобна оценка за μ и пресметнете дисперсията ѝ.

в) Проверете, че получената максимално правдоподобна оценка в подточка б) е и ефективна (т.е. неизместена оценка с минимална дисперсия).

г) Ако в условията на подточка б) $\bar{X}_n = 2.5$ е извадъчното средно при обем на извадката $n = 16$, проверете хипотезата $H_0 : \mu = 2$ срещу алтернативата $H_1 : \mu = 4$ при ниво на съгласие $\alpha = 0.05$, като изведете вида на критичната област.

Упътване: Плътността на нормално разпределена сл.в. $\xi \in N(\mu, \sigma^2)$ е

$$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right\}$$

Можете да използвате, че $\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(1.65) = 0.95$ където $\Phi(z)$ е функцията на разпределение на стандартното нормално разпределение.