



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ ЗА ЗАВЪРШВАНЕ НА
ОБРАЗОВАТЕЛНО-КВАЛИФИКАЦИОННА СТЕПЕН
„БАКАЛАВЪР“
СПЕЦИАЛНОСТ „МАТЕМАТИКА“
СПЕЦИАЛНОСТ „ПРИЛОЖНА МАТЕМАТИКА“

10 септември 2018 г.

Задача 1. Да се реши неопределеният интеграл:

$$\int \frac{dx}{x^4 - 1}.$$

Задача 2. В равнината е въведена декартова координатна система и е даден триъгълникът ABC , така че височините му се пресичат в точката $H(14, 15)$ и уравненията на правите AB и AC са съответно $l: x + 2y - 5 = 0$ и $g: 5x + 4y - 13 = 0$. Да се намерят координатите на точките A , B , C и G - медицентър на триъгълника ABC , както и лицето S_1 на триъгълника ABG .

Задача 3. Нека e_1, e_2, e_3 е стандартният базис в евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$ и $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3)$ е линеен оператор, действащ по правилото:

$$\varphi(\xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \xi_3 e_3) = (3\xi_1 + 2\xi_2 - 2\xi_3)e_1 + (2\xi_1 + 4\xi_3)e_2 + (-2\xi_1 + 4\xi_2)e_3$$

- а) Да се намери матрицата A на оператора φ в този базис;
- б) Да се намери ортонормиран базис на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на линейния оператор φ е диагонална;
- в) Да се напише матрицата на прехода T и диагоналната матрица D на оператора φ ;
- г) Нека $\psi = \varphi + 5\varepsilon$ е линеен оператор в $\mathbb{R}^3$, където ε е тъждественият оператор. Покажете, че $\text{Ker } \psi$ е инвариантно подпространство на $\mathbb{R}^3$ относно ψ и намерете базис на $\text{Ker } \psi$.

Време за работа 3 часа.

Оценяват се двете най-добре решени задачи!
Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!