Държавен изпит

за завършване на образователно-квалификационната степен **“Бакалавър”**
на специалност **“Приложна математика”**

21 март 2009г.

Задачи

Задача 1. Нека $f(z) = \dfrac{e^{i\pi z}}{z^2 - 4z + 5}, \quad z \in \mathbb{C}$.

(а) Да се пресметне

$$\int\limits_{|z|=R} f(z)\,dz$$

при $0 < R \leq 2$ и при $R \geq 3$. (3 точки)

(б) Да се докаже, че $\lim\limits_{R\to\infty} \int\limits_{C_R} f(z)\,dz = 0$,

където $C_R = \{z \in \mathbb{C} \,:\, |z| = R,\ Im\, z \geq 0\}$. (2 точки)

(в) Да се пресметне $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^2 - 4x + 5} dx$. (3 точки)

Задача 2. Дадена е функцията $f(x) = x - 6\sin x$.

(а) Да се докаже, че уравнението $f(x) = 0$ притежава единствен положителен корен ξ, и да се намери интервал с дължина $\frac{\pi}{4}$, който съдържа ξ. (4 точки)

(б) Да се докаже, че итерационният процес

$$x_0 = \pi$$
$$x_{n+1} = \frac{\pi}{2} + \arccos \frac{x_n}{6}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

е сходящ към ξ, и да се намери оценка от вида

$$|x_n - \xi| \leq Cq^n, \quad n \in \mathbb{N},$$

където C и q са положителни константи и $q < 1$. (4 точки)

Оценката от изпита върху задачите се получава по формулата $2 + N/4$, където N е броят на получените точки.

Държавен изпит

за завършване на образователно-квалификационната степен **"Бакалавър"**
на специалност **"Приложна математика"**

21 март 2009г.

Задачи

Задача 1. Нека $f(z) = \dfrac{e^{i\pi z}}{z^2 - 4z + 5}, \quad z \in \mathbb{C}$.

(а) Да се пресметне

$$\int\limits_{|z|=R} f(z)\, dz$$

при $0 < R \leq 2$ и при $R \geq 3$. (3 точки)

(б) Да се докаже, че $\lim\limits_{R\to\infty} \int\limits_{C_R} f(z)\, dz = 0$,

където $C_R = \{z \in \mathbb{C} \,:\, |z| = R,\; Im\, z \geq 0\}$. (2 точки)

(в) Да се пресметне $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{x^2 - 4x + 5} dx$. (3 точки)

Задача 2. Дадена е функцията $f(x) = x - 6 \sin x$.

(а) Да се докаже, че уравнението $f(x) = 0$ притежава единствен положителен корен ξ, и да се намери интервал с дължина $\frac{\pi}{4}$, който съдържа ξ. (4 точки)

(б) Да се докаже, че итерационният процес

$$x_0 = \pi$$
$$x_{n+1} = \frac{\pi}{2} + \arccos \frac{x_n}{6}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

е сходящ към ξ, и да се намери оценка от вида

$$|x_n - \xi| \leq C q^n, \quad n \in \mathbb{N},$$

където C и q са положителни константи и $q < 1$. (4 точки)

Оценката от изпита върху задачите се получава по формулата $2 + N/4$, където N е броят на получените точки.