

**Държавен изпит за образователно-квалификационна степен
Бакалавър, спец. Приложна математика**

**Юли, 2002
(писмен изпит)**

Зад. 1 Дадена е матрицата:

$$\begin{pmatrix} +5 & p & -2 \\ p & +5 & +2 \\ -2 & +2 & q \end{pmatrix}$$

Намерете p , q , така, че собствените стойности да са $x_1 = 0$, $x_2 = 9$, $x_3 = 9$

Зад. 2 Дадено е уравнението:

$$y'' + 2ay' + (a^2 + b)y = 0$$

Намерете a и b така, че уравнението да има реални решения.

**Юли, 2002
(устен изпит)**

Въпрос 15.

Въпрос по избор измежду 20, 21 или 22 (от стария конспект).

**05.10.2002
(писмен изпит)**

Зад.1 Да се пресметне матрицата A^{2002} , ако

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Отг: $9^{1000} \cdot A^2$

Зад. 2 Да се пресметне интегралът:

$$S = \int_0^{\pi} \frac{dx}{\left(1 + \frac{3}{5} \cos x\right)^2} \quad \text{Решение: полагаме } t = tg \frac{x}{2}, \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

06.10.2002
(устен изпит)

Въпрос 12.

Въпрос по избор измежду 19, 20 или 21 (от стария конспект).

29.03.2003
(писмен изпит)

Зад.1 Нека x_1, x_2, x_3 и x_4 са корените на полинома

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + px^2 + qx + r$$

с числови коефициенти. Да се намерят необходими и достатъчни условия за p, q, r , така че да са изпълнени равенствата:

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \quad \text{и} \quad x_1 \cdot x_2 = x_3 \cdot x_4$$

Зад.2 Развийте в ред на Тейлър в околност на $x=0$ функцията:

$$f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x} - 2\arctg x, \quad f(0) = 0$$

Да се намери областта на сходимост на получения ред.

30.03.2003
(устен изпит)

Въпрос 10: Ред на Лоран. Теорема за резидуумите.

Въпрос по избор измежду 19-част А, 19-част Б или 20 (от стария конспект).

19.07.2003
(писмен изпит)

Зад.1 Да се пресметне ранга на матрицата, в зависимост от стойностите на p, q :

$$\begin{pmatrix} q & 0 & q-2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & p-q & p-q & 1 \end{pmatrix}$$

Отг:

- 1) Ако $q = p = 2 \Rightarrow \text{rg}=1$
- 2) Ако $q = p \neq 2 \Rightarrow \text{rg}=2$
- 3) Ако $q \neq p \neq 2 \Rightarrow \text{rg}=3$
- 4) Ако $2 = q \neq p \Rightarrow \text{rg}=2$

Зад.2 Да се пресметне определеният интеграл:

$$\int_{5/2}^5 \frac{(\sqrt{25-x^2})^3}{x^4} dx \quad \text{Решение: Полагаме } x = 5\sin t$$

20.07.2003
(устен изпит)

Въпрос 7: Степенни редове, радиус на сходимост, развитие на елементарните функции в степенен ред.

Въпрос по избор измежду 19, 20 или 22 (от стария конспект).

20.09.2003
(писмен изпит)

Зад.1 Намерете границата

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(\tan(\frac{x^2}{2})))}{\ln(\cos(3x))}$$

Зад.2 Да се намери в затворената обвивка на областта

$$\left\{ (x, t) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < \frac{\pi}{2}, t > 0 \right\}$$

по метода на Фурие решение на уравнението $u_{tt} = u_{xx}$ удовлетворяващо условията

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin(3x) + \sin(x), \quad 0 < x < \pi/2$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(\pi/2, t) = 0, \quad t > 0$$

21.09.2003
(устен изпит)

Въпрос 5: Теорема за средните стойности (Рол, Лагранж, Коши). Формула на Тейлър.

Въпрос по избор измежду 19, 20 или 21 (от стария конспект).

Март 2004
(писмен и устен изпит) – нямам ги

03.07.2004
(писмен изпит)

Зад.1 Функцията f е дефинирана в интервала $(-\pi, \pi)$ с равенството

$$f(x) = \begin{cases} \cotgx - \frac{1}{x}, & \text{ако } x \neq 0 \\ 0, & \text{ако } x = 0 \end{cases}$$

- а) Докажете, че f има непрекъсната производна в $(-\pi, \pi)$, и пресметнете $f'(0)$;
 б) Докажете, че функцията f е строго монотонна в $(-\pi, \pi)$;
 в) Докажете, че f е вдлъбната в интервала $(0, \pi)$.

Зад.2 Нека $I = \int_0^1 e^{x^2} dx$

- а) Да се докаже, че

$$\sqrt[4]{e} < I < \frac{e+1}{2}$$

- б) Да се намери $n \in \mathbb{N}$, че съставната квадратурна формула на правоъгълниците с n възела да дава приближение за I с грешка, ненадминаваща 0,001 (обосновете отговора си).

04.07.2004

(устен изпит) – нямам го

18.09.2004

(писмен изпит)

Зад.1 Разложете в ред на Маклорен функцията

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{4} \arctgx - \frac{x^3}{12} + \frac{x}{4}$$

Определете за кои стойности на $x \in \mathbb{R}$ този ред е сходящ.

Зад.2 Дадена е линейната задача

$$\max (3 - t)x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- а) Да се реши задачата за $t = 0$;
 б) Опишете решението на задачата за стойности на параметъра $t \geq 0$.

19.09.2004

(устен изпит)

Въпрос 5: Теорема за средните стойности (Рол, Лагранж, Коши). Формула на Тейлър.
Въпрос 15: Квадратурни формули на Нютон-Коутс и Гаус.

26.03.2005
(писмен изпит)

Зад.1 Да се намери общото решение на уравнението на Ойлер

$$(2x + 1)^2 y'' - 2(2x + 1)y' + 4y = 0, \quad x > -1/2$$

Зад.2 Независимите сл. величини X и Y имат разпределения съответно

$$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x \geq 0, \lambda > 0$$

и

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}, \quad -\infty < y < \infty$$

Нека случайната величина Z е дефинирана с

$$Z = \frac{1}{2}X - \frac{2}{5}Y + \frac{7}{13}$$

Да се намерят математическото очакване EZ и дисперсията DZ .

27.03.2005
(устен изпит)

Въпрос 6: Определен интеграл. Дефиниция и с-ва. Интегруемост на непрекъснатите функции. Теорема на Нютон-Лайбниц.

Въпрос 13: Метод на Фурие за решаване на уравнението на струната.