

Факултет по Математика и Информатика

Държавен изпит, специалност „Математика“,
08.09.2010 г.

Задача 1. а) Да се намерят най - голямата и най - малката стойности на функцията

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + y^2 + xy$$

в множеството

$$M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 4\}$$

и да се открият точките, в които тези стойности се достигат.

б) да се изчисли интеграла

$$\iint_M f(x, y) \, dx dy.$$

Задача 2. Нека $u_k = (1 + \frac{i}{\sqrt{k}}) = |u_k|e^{i\theta_k}$, където $0 < \theta_k < \frac{\pi}{2}$ и нека $z_n = u_1 u_2 \dots u_n$.

(а) Намерете границата $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|z_n| - |z_{n-1}|}{\theta_n}$;

(б) Пресметнете интеграла $\int_{\gamma} \frac{z dz}{(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)}$,

където $\gamma := \{z \in \mathbb{C} : |z| = |z_4|\}$.