

Факултет по Математика и Информатика при СУ

Държавен изпит, юли 2010

специалност „Математика“

1 задача

Нека

$$F = \frac{x}{x^3 + y^3} dx + \frac{y}{x^3 + y^3} dy.$$

(а) Да се докаже, че ако $r > 0$ е параметър и γ е дъга от окръжността $x^2 + y^2 = r^2$, като γ лежи в първи квадрант, то

$$\int_{\gamma} F = 0.$$

(б) Да се пресметне интеграла от F по отсечката от $(0, 1)$ до $(1, 0)$.

(в) Да се пресметне интеграла

$$\iint_{\Omega} \frac{xy(x-y)}{(x^3 + y^3)^2} dx dy,$$

където Ω е множеството в равнината, определено от условията

$$\begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, \\ 0 \leq y \leq x. \end{cases}$$

2 задача

Намерете общото решение на диференциалното уравнение

$$\ddot{x} - 5\dot{x} + 4x = \frac{9e^t}{1 + e^{-3t}},$$

където

$$\dot{} = \frac{d}{dt}.$$