

Софийски университет “Св. Климент Охридски”
Факултет по Математика и Информатика
Специалност “Математика”

Държавен изпит за образователно-квалификационна степен
“Бакалавър” – задачи
15 юли, 2009 г.

Зад. 1. Нека e_1, e_2, e_3 е стандартният базис в евклидовото пространство $\mathbf{R}^3$ и φ е линеен оператор, действащ по правилото

$$\varphi(\xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \xi_3 e_3) = (-\xi_2 + \xi_3)e_1 + (-\xi_1 - \xi_3)e_2 + (\xi_1 - \xi_2)e_3.$$

Да се намери ортонормиран базис на $\mathbf{R}^3$, в който матрицата D на φ е диагонална.

Да се докаже, че множеството U , състоящо се от всички вектори в $\mathbf{R}^3$, които запазват дължината си при действието на φ (т.е. $U = \{u \in \mathbf{R}^3 : |\varphi(u)| = |u|\}$) е подпространство на $\mathbf{R}^3$ и да се намери базис на U .

Зад. 2. Нека $f(z) = \frac{z^n}{(z-3)(z^n-1)}$, където n е естествено число.

а) Да се определи вида на изолираните особени точки на $f(z)$ в разширената комплексна равнина $\overline{\mathbb{C}}$ и да се пресметнат резидуумите в тях;

б) Да се пресметне стойността на $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2} f(z) dz$.

Време за работа – 3 часа

Драги абсолвенти,

- номерирайте всички страници от беловата и черновата си;
- решенията на двете задачи пишете на отделни листи.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа.