



ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ
ЗА ПОЛУЧАВАНЕ НА ОКС “БАКАЛАВЪР”
СПЕЦИАЛНОСТ МАТЕМАТИКА
Писмен изпит – задачи
21.03.2009 г.

Задача 1. Нека a и b са произволни елементи на евклидово пространство V и нека $\varphi: V \rightarrow V$ е линейният оператор, зададен с $\varphi(x) = (a, x)b + (b, x)a$.

а) Да се докаже, че φ е симетричен оператор.

б) Ако $V = \mathbf{R}^3$, $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ и $b = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right)$, да се намери ортонормиран базис

на V , в който матрицата D на оператора φ е диагонална, както и тази матрица D .

Задача 2. Нека $u(x, y) = x^3 + ax^2y - 3xy^2 + y^3$, където $a \in \mathbf{R}$.

а) Да се намерят стойностите на a , за които $u(x, y)$ е хармонична функция в $\mathbf{R}^2$.

б) При намерените стойности на a да се намери функцията $f(z)$, холоморфна в $\mathbf{C}$ и такава, че $f(0) = 0$ и $\operatorname{Re} f(z) = u(x, y)$, $z = x + iy \in \mathbf{C}$.

Време за работа – 3 часа

Драги абсолвенти:

- Попълнете факултетния си номер на всички страници;
- За всяка от задачите, ползвайте за чернова и за решение само листите, на които е изписан номерът на съответната задача.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!