

**СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ.КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ”  
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

**Държавен изпит за образователно-квалификационна степен „Бакалавър”,  
Специалност „МАТЕМАТИКА”**

**Писмен изпит – задачи**

**07 юли 2007г.**

**Задача 1.** Докажете, че като увеличаваме броя на страните  $n$ , периметърът  $p_n$  на правилния  $n$ -ъгълник, вписан в окръжност, нараства, а периметърът  $P_n$  на правилния  $n$ -ъгълник, описан около тази окръжност, намалява. Използвайте това свойство да докажете, че

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n.$$

**Задача 2.** Дадена е правилната равнинна крива  $c : x = x(s), s \in I$ , отнесена спрямо естествения си параметър  $s$ . От произволна точка  $M \in c$  по бинормалата на  $c$  в отрицателна посока е нанесена отсечка  $|MN| = s$ . Когато точката  $M$  описва кривата  $c$ , точката  $N$  описва кривата  $\bar{c}$ .

а) Да се изразят скаларните и векторните инварианти на  $\bar{c}$  чрез инвариантите на  $c$ . Да се докаже, че кривата  $\bar{c}$  е обща витлова линия.

б) В случая, когато

$$c : x = \cos^3 q, y = \sin^3 q, z = a = \text{const} > 0; q \in J,$$

да се намерят кривината и торзията на  $\bar{c}$ .

**Време за работа - 3 часа**

*Драги абсолвенти,*

- номерирайте поотделно всички страници на беловата и на черновата си;
- решенията на двете задачи напишете на отделни листи.

***Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!***