

Софийски университет "Св. Климент Охридски"
Факултет по Математика и Информатика
Специалност "Математика"

Държавен изпит за образователно-квалификационна степен
"Бакалавър" – задачи
17 март, 2007 г.

Зад. 1. Да се намерят стойностите на параметрите λ и μ , за които корените x_1, x_2, x_3 на уравнението $x^3 + \lambda x^2 + \mu x + 1 = 0$ удовлетворяват условията $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$ и $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3$. За така намерените стойности на λ и μ да се пресметне сумата $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$ при $k = 2007, 2008, 2009$.

Зад. 2. Дадена е функцията

$$f(z) = \frac{z}{(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 2)}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Нека $\gamma_R = [-R, R] \cup C_R$, където $C_R = \{z \in \mathbb{C} : z = R e^{i\theta}, R > 0, \theta \in [0, \pi]\}$.

а) Да се пресметне $\int_{\gamma_R} f(z) dz$ при $R > 2$.

б) Да се докаже, че $\left| \int_{C_R} f(z) dz \right| \leq \frac{\pi R^2}{(R^2 - 1)(R^2 - 2R - 2)}$.

в) Да се пресметне стойността на $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)} dx$.

Време за работа – 3 часа

Драги абсолвенти,

- номерирайте всички страници от беловата и черновата си;
- решенията на двете задачи пишете на отделни листи.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа.