

ПИСМЕН ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ
СПЕЦИАЛНОСТ Математика, Бакалаври
26 март 2005 г.

Име Фак. №

1. Дадена е матрицата

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

където λ е реално число.

- а) нека $f(x)$ е характеристичният полином на A . Да се намерят стойностите на λ , за които корените x_1, x_2, x_3 на $f(x)$ удовлетворяват условието $x_1 + x_2 = x_3$.
- б) нека $\lambda = 0$. Да се намерят диагонална матрица D и неособена матрица T такива, че $T^{-1}AT = D$.

2. Разгледайте функцията

$$f(x) = \int_0^x \frac{2t^2 - t + 12}{t^3 + t^2 + 4t + 4} dt$$

- а) намерете явна формула за $f(x)$. (Пресметнете интеграла.)
- б) Развийте f в ред на Маклорен. Какъв е радиусът на сходимост на получения ред?
- в) пресметнете границата

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{\sqrt{x} \sin \sqrt{2x}}$$