СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ “СВ. КЛ. ОХРИДСКИ”
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

КОНСПЕКТ

ЗА

ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ ЗА ЗАВЪРШВАНЕ НА ОБРАЗОВАТЕЛНО-КВАЛИФИКАЦИОННА СТЕПЕН “БАКАЛАВЪР”

СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”

СОФИЯ • 2010

КОНСПЕКТ ЗА ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ "КОМПЮТЪРНИ НАУКИ"

ОСНОВИ НА КОМПЮТЪРНИТЕ НАУКИ

1. Основни комбинаторни принципи и формули. Рекурентни отношения.
2. Графи. Дървета. Обхождане на графи.
3. Булеви функции. Пълнота. Съкратена ДНФ на БФ.
4. Крайни автомати. Регулярни езици. Теорема на Клини.
5. Контекстно-свободни граматики и езици. Стекови автомати.
6. Сложност на алгоритъм. Асимптотично поведение на целочислени функции (O-, Ω-, Θ-, o- и ω-нотация). Сложност на рекурсивни програми.
7. Алгоритми в графи с тегла на ребрата. Оценки за сложност.
8. Динамично програмиране. Оценки за сложност.

ЯДРО НА КОМПЮТЪРНИТЕ НАУКИ

9. Компютърни архитектури. Формати на данните. Вътрешна структура на централен процесор – блокове и конвейрна обработка, инструкции.
10. Структура и йерархия на паметта. Сегментна и странична преадресация. Система за прекъсване – приоритети и обслужване.
11. Файлова система. Логическа организация и физическо представяне.
12. Управление на процеси и междупроцесни комуникации.
13. Компютърни мрежи и протоколи – OSI модел. Канално ниво. Маршрутизация. IP, TCP, HTTP.
14. Процедурно програмиране - основни информационни и алгоритмични структури.
15. Обектно ориентирано програмиране. Основни принципи. Класове и обекти. Наследяване и инкапсулация. Параметричен полиморфизъм.
16. Структури от данни. Стек, опашка, списък, кореново дърво. Основни операции върху тях. Реализация.
17. Обща характеристика на функционалния стил на програмиране. Дефиниране и използване на функции. Модели на оценяване. Функции от по-висок ред. Списъци. Потоци и отложено оценяване.
18. Термове и формули на предикатното смятане от първи ред. Хорнови клаузи. Унификация. Метод на резолюцията в предикатното смятане от първи ред.
19. Релационен модел. Нормални форми.
20. Търсене в пространството от състояния. Генетични алгоритми.

МАТЕМАТИКА И ПРИЛОЖЕНИЯ

21. Симетрични оператори в крайномерни евклидови пространства. Основни свойства. Теорема за диагонализация.
22. Симетрична и алтернативна група. Действие на група върху множество. Теорема на Кейли и формула за класовете.
23. Теореми за средните стойности (Рол, Лагранж и Коши). Формула на Тейлър.
24. Определен интеграл. Дефиниция и свойства. Интегруемост на непрекъснати функции. Теорема на Нютон-Лайбниц.

25. Уравнения на права и равнина. Формули за разстояния.
26. Итерационни методи за решаване на нелинейни уравнения.
27. Дискретни разпределения. Задачи, в които възникват. Моменти – математическо очакване и дисперсия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азълов, П., *Бази от данни. Релационен и обектен подход*, Техника, София, 1991.
2. Боянов, К., Хр. Турлаков, Д. Тодоров, Л. Боянов, Вл. Димитров, В. Желязков, *Принципи на работа на компютърните мрежи. ИНТЕРНЕТ*, Апиинфо-център Котларски, 2003.
3. Въндев, Д., *Записки по теория на вероятностите*, Електронно издание: http://fmi.uni-sofia.bg/fmi/statist/personal/vandev/lectures/prob/prob.htm
4. Горслайн, Дж., *Фамилия Intel 8086/8088*, Техника, София, 1990.
5. Димитров, Б., К. Янев, *Вероятности и статистика*, Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1998.
6. П. Джаков, Р. Леви, Р. Малеев, С. Троянски, *Диференциално и интегрално смятане*, ФМИ-СУ, София, 2004.
7. Дойчинов, Д., *Математически анализ*, Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1994.
8. Комър, Бр., *TCP/IP мрежи и администриране*, ИнфоДар, 1999.
9. Майерс, С., *По-ефективен С++. 35 нови начина да подобрите своите програми и проекти*, ЗеСТ Прес.
10. Манев, Кр., *Увод в дискретната математика*, IV изд., КЛМН, София, 2005.
11. Манна, З., *Математическа теория на информатиката*, Наука и изкуство, София, 1983.
12. Метакидес, Д., А. Нероуд, *Принципи на логиката и логическото програмиране*, Виртех, София, 2000.
13. Николов, Л., *Операционни системи*, Сиела, София, 1998.
14. Нишева, М., П. Павлов, *Функционално програмиране на езика Scheme*, София, 2004.
15. Седжуик, Р., *Алгоритми на С*, ч.1-4: Основи, структури от данни, сортиране, търсене, СофтПрес
16. Сидеров, Пл., *Записки по алгебра: линейна алгебра*, Веди, София, 1994.
17. Сидеров, Пл., К. Чакърян, *Записки по алгебра: групи, пръстени, полиноми*, Веди, София, 1995.
18. Скордев, Д., Логическо програмиране (записки). Електронно издание: http://www.fmi.uni-sofia.bg/fmi/logic/skordev/ln/lp/new/sydyrzha.htm
19. Сосков, И., А. Дичев, *Теория на програмите*, Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1996.
20. Станилов, Гр., *Аналитична геометрия*, Софтех, София, 1998.
21. Стивенс, У. *UNIX: взаимодействие процессов*. СПб.: Питер, 2003.
22. Тодорова, М., *Езици за функционално и логическо програмиране*, I ч.: Функционално програмиране. Сиела, София, 2003.
23. Уирт, Н., *Алгоритми + структури от данни = програми*, BG soft group, София.

24. Cormen, T., Ch. Leiserson, R. Rivest, *Introduction to Algorithms*, MIT Press, 1990.
25. H. Lewis., Chr. Papadimitriou, *Elements of the theory of computation.*, Second edition, Prentice-Hall, 1998.
26. Nilsson, U., J. Maluszynski, *Logic, Programming and Prolog* (2nd ed.). John Willey & Sons, 1995. Електронно издание: http://www.ida.liu.se/~ulfni/lpp/
27. Stallings, W., *Computer Organization and Architecture. Design for Performance*, Prentice Hall, 2000. http://www.williamstallings.com/COA5e.html
28. Stevens W.R. *Advanced Programming in the UNIX Environment*, Addison-Wesley, Reading, Mass, 1992.
29. Tanenbaum, A., *Structured Computer Organization*. Prentice Hall, 2002.
30. Tanenbaum, A., *Modern Operating systems,* 2nd ed., Prentice Hall, 2002.
31. Tannenbaum A., *Computer Networks*, 3th ed., 4th ed., Prentice Hall.
32. H. Garcia-Molina, J. Ullman, J.Widom, *Database Systems: The Complete Book*, Prentice Hall, 2002.
33. Е. Любенова, П. Недевски, К. Николов, Л. Николова, В. Попов, *Ръководство по Математически анализ,* София, 1998.
34. Stuart Russel & Peter Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach.* Prentice Hall, 2003.
35. Тодорова, М., *Програмиране на C++*, I и II част. Ciela, София, 2002.
36. Stroustrup, B., *C++ Programming Lanquage*. Third Edition, Addison-Wesley, 1997.
37. Bruce Eckel, *Thinking in Java*. Prentice Hall, 4th ed., 2006 (*Да мислим на Java*, превод и издание на български език).
38. Timothy Budd, *An Introduction to Object-Oriented Programming*. Addison Wesley, 3rd ed., 2002.
39. Андреев, А. и др., *Сборник от задачи по числени методи*, Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1994.
40. Боянов, Б., *Лекции по числени методи*, Дарба, София, 1998.
41. Димова, Ст., Т. Черногорова, А. Йотова, *Лекции по числени методи за диференциални уравнения,* ел. Издание: http://fmi.uni-sofia.bg/econtent/chmdu
42. Сендов, Бл., В. Попов, *Числени методи,* I ч., Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1996.
43. Сендов Бл., В. Попов, *Числени методи*, II ч., Наука и изкуство, София, 1978.

АНОТАЦИИ НА ВЪПРОСИТЕ

1. Основни комбинаторни принципи и формули. Рекурентни отношения.
Формулировки на принципите на изброителната комбинаторика – принцип на Дирихле, принцип на биекцията (с доказателство), принцип на събирането, принцип на изваждането, принцип на умножението (с доказателство), принцип на делението, принцип за включване и изключване. Извеждане на формулите за броя на основните комбинаторни конфигурации – наредени с повторение, наредени без повторение, пермутации, ненаредени без повторение, ненаредени с повторение и пермутации с повтарящи се елементи. Алгоритъм за решаване на линейни рекурентни отношения с константни коефициенти – хомогенни и нехомогенни.
Примерни задачи
1. Да се намери броят на функциите от крайно множество A в крайно множество B със зададени свойства – например, да са еднозначни, при $|A| \leq |B|$.
2. Да се намери броят на различните целочислени решения на уравнение от вида $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = M$, така че всички x_i са неотрицателни и трябва да удовлетворяват различни други условия, например $x_i \geq c_i$.
3. Да се реши зададено линейно (хомогенно или нехомогенно) рекурентно отношение с константни коефициенти.
Литература: [10].

2. Графи. Дървета. Обхождане на графи.
Дефиниции за краен ориентиран (мулти)граф и краен неориентиран (мулти)граф. Дефиниции за маршрут (контур) в ориентиран мултиграф и път (цикъл) в неориентиран мултиграф. Свързаност и свързани компоненти на граф. Дефиниция на дърво и кореново дърво. Доказателство, че всяко кореново дърво е дърво и $|V|=|E|+1$. Покриващо дърво на граф. Обхождане на граф в ширина и дълбочина. Ойлерови обхождания на мултиграф. Теореми за съществуване на Ойлеров цикъл (с доказателство) и Ойлеров път.
Примерни задачи
1. Да се построи покриващо дърво на зададен граф – в ширина или дълбочина.
2. Да се построи Ойлеров цикъл (или път) в зададен мултиграф или да се докаже, че такъв цикъл (или път) не съществува.
3. Да се разбие множеството на ребрата на неориентиран граф на минимален брой пътища, никои два от които нямат общо ребро.
Литература: [10].

3. Булеви функции. Пълнота. Съкратена ДНФ на БФ.
Дефиниция на булева функция (БФ) и формула над множество БФ. БФ с 1 и 2 променливи. Свойства. Дефиниция на пълно множество БФ. Формулировка и доказателства на теоремата за разбиване на БФ по част от променливите и теоремата на Бул. Дефиниция за импликанта и проста импликанта на БФ. Формулировка и доказателство на теоремата за премахване на букви от елементарна конюнкция. Съкратена дизюнктивна нормална форма на БФ –

дефиниция и съответни теореми (без доказателство). Алгоритъм на Куайн-МакКласки за построяване на СъкрДНФ (с доказателство на коректността).

Примерни задачи

1. Да се докаже зададено тъждество в алгебрата на Булевите функции.
2. Да се намери Съкратена ДНФ на зададена БФ.

Литература: [10].

4. Крайни автомати. Регулярни езици. Теорема на Клини.

Детерминирани крайни автомати. Регулярни операции. Недетерминирани крайни автомати. Представяне на всеки недетерминиран краен автомат с детерминиран. Затвореност относно регулярните операции. Теорема на Клини. Лема за покачването (*uvw*). Примери за регулярни и нерегулярни езици. Минимизация на състоянията. Теорема на Майхил-Нероуд. Алгоритъм за конструиране на минимален автомат, еквивалентен на даден детерминиран краен автомат.

Примерни задачи

1. Да се построи детерминиран автомат, разпознаващ зададен регулярен език.
2. По зададен недетрминиран краен автомат да се намери еквивалетен на него детерминиран.
3. По зададен детрминиран краен автомат да се намери еквивалентен на него минимален детрминиран краен автомат.
4. Да се докаже, че даден език не е регулярен.

Литература: [10], [25].

5. Контекстно-свободни граматики и езици. Стекови автомати.

Контекстно-свободни граматики. Дървета за синтактичен анализ. Нормална форма на Чомски. Стекови автомати. Връзка между стековите автомати и контекстно-свободните граматики. Свойства на затвореност. Лема за покачването (*xyuvw*). Примери за езици, които не са контекстно-свободни.

Примерни задачи

1. Да се построи контекстно-свободна граматика, пораждаща зададен език.
2. По зададена контекстно-свободна граматика да се построи стеков автомат, разпознаващ езика, породен от граматиката.
3. По зададена контекстно-свободна граматика, да се намери еквивалентна на нея контекстно-свободна граматика в нормална форма на Чомски.
4. Да се докаже, че даден език не е контекстно-свободен.

Литература: [10], [25].

6. Сложност на алгоритъм. Асимптотично поведение на целочислени функции (O-, Ω-, Θ-, ο- и ω-нотация). Сложност на рекурсивни програми.

Модели на изчисленията – машина на Тюринг, машина с произволен достъп и език за програмиране. Дефиниции на (машинно-зависима) сложност (по време и памет) в най-лошия и средния случай. Поведение на асимптотически положителни целочислени функции – *O*-, *Ω*-, *Θ*-, *ο*- и *ω*-нотация. Свойства и гранични теореми (без доказателство). Формулировка и доказателство на теоремата за решенията на рекурентни отношения от вида $T(1)=\Theta(1)$, $T(n)=a.T(n/b) + f(n), n>1$.

Примерни задачи:

1. По зададено асимптотически положителна функция да се определи дали порядъкът й на растеж е в зададено отношение (O-, Ω-, Θ-, o- или ω-) с порядъка на растеж на друга зададена асимптотически положителна функция.
2. По зададени две асимптотически положителни функции да се намери колкото може по-точно съотношението им на растеж една спрямо друга (в термините на O-, Ω-, Θ-, o- и ω-нотация) .
3. Да се реши зададено рекурентно отношение от вида $T(1)= \Theta(1)$, $T(n)=a.T(n/b) + f(n), n>1$, където $f(n)$ е мултипликативна.
4. Да се реши зададено рекурентно отношение от вида $T(1)= \Theta(1)$, $T(n)=a.T(n/b) + f(n), n>1$, където $f(n)$ не е мултипликативна.

Литература: [10], [24].

7. Алгоритми в графи с тегла на ребрата. Оценки за сложност.

Дефиниция на минимално покриващо дърво (МПД) на свързан граф с тегла на ребрата. Формулировка и доказателство на теоремата за свойството на МПД. Алгоритми на Прим и Крускал, имплементации и оценка на сложността. Задачи за най-къс път в граф с тегла на ребрата. Дърво на най-късите пътища. Алгоритъм за намиране на дърво на най-къси пътища в граф с константни тегла по ребрата и алгоритъм на Дейкстра (с доказателства за коректност). Оценка на сложността. Алгоритъм на Флойд и други алгоритми от релаксационен тип.

Примерни задачи: задачи за програмиране, съответни на съдържанието на въпроса.

Литература: [10], [24].

8. Динамично програмиране. Оценки за сложност.

Същност на алгоритмичната схема „динамично програмиране" – свеждане на задача със зададен размер към задачи от същия вид с по-малки размери и „меморизация". Принцип за оптималност и конструиране на решението на задачата от решенията на подзадачите. Задачи с линейна таблица на подзадачите (най-дълга растяща подредица). Задачи с триъгълна таблица на подзадачите (оптимално разбиване на редица, разпознаване на КСЕ в НФ на Чомски). Задачи с правоъгълна таблица на подзадачите (най-дълга обща подредица на две редици, задача за раницата).

Примерни задачи: задачи за програмиране, съответни на съдържанието на въпроса.

Литература: [24].

9. Компютърни архитектури – Формати на данните. Вътрешна структура на централен процесор – блокове и конвейерна обработка, инструкции.

Обща структура на компютрите и концептуално изпълнение на инструкциите, запомнена програма. Формати на данните – цели двоични числа, двоично-десетични числа, двоични числа с плаваща запетая, знакови данни и кодови таблици. Централен процесор – регистри, АЛУ, регистри на състояните и

флаговете, блокове за управление, връзка с паметта, дешифрация на инструкциите, преходи.
Литература: [4], [27], [29].

10. Структура и йерархия на паметта. Сегментна и странична преадресация. Система за прекъсване – приоритети и обслужване.
Структура на основната памет. Йерархия – кеш, основна и виртуална памет. Сегметна и странична преадресация – селектор, дескриптор, таблици и регистри при сегметна преадресация; каталог на страниците, описател, стратегии на подмяна на страниците при странична преадресация. Система за прекъсване – видове прекъсвания, структура и обработка, конкурентност и приоритети, контролери на прекъсванията.
Литература: [4], [27], [29].

11. Файлова система. Логическа организация и физическо представяне.
Логическа организация на файлова система (ФС). Имена на файлове. Типове файлове - обикновен файл, специален файл, каталог, символна връзка, програмен канал. Вътрешна структура на файл. Атрибути на файл. Йерархична организация на ФС - абсолютно и относително пълно име на файл, текущ каталог. Физическа организация на ФС. Стратегии за управление на дисковото пространство. Системни структури, съдържащи информация за разпределението на дисковата памет и съхранявани постоянно на диска: за свободните блокове; за блоковете, разпределени за всеки един файл; за общи параметри на ФС. Примери за физическа организация на ФС: UNIX System V; LINUX; MS DOS; NTFS.
Забележки: За изпита ще бъдат избрани два от изброените примери за файлова организация.
Литература: [13], [30].

12. Управление на процеси и междупроцесни комуникации.
Основни системни примитиви за управление на процеси. Създаване на процес. Изпълнение на програма. Завършване на процес. Синхронизация със завършването на процеса-син. Права на процеси – потребителски идентификатори на процес. Групи процеси и сесия. Механизми за междупроцесни комуникации. Сигнали. Програмни канали. IPC пакет на UNIX System V: Обща памет. Семафори. Съобщения.
Литература: [21], [28].

13. Компютърни мрежи и протоколи – OSI модел. Канално ниво. Маршрутизация. IP, TCP, HTTP.
OSI модел – най-обща характеристика на нивата. Канално ниво – прозорци, предаване и грешки. Какво е характерно за Ethernet. Разпределена маршрутизация – алгоритъм с дистантен вектор. IP адресация – класова и безкласова. Преобразуване на IP в MAC и обратно. TCP – процедура на трикратно договаряне. Разлика с UDP.
Литература:[31], [8], [2].

14. Процедурно програмиране - основни информационни и алгоритмични структури

Принципи на структурното програмиране. Управление на изчислителния процес. Основни управляващи конструкции – условни оператори, оператори за цикъл. Променливи – видове: локални променливи, глобални променливи; инициализация на променлива; оператор за присвояване. Функции и процедури. Параметри – видове параметри. Предаване на параметри – по име (по указател), по стойност. Типове и проверка за съответствие на тип. Типовете като параметри на функция. Едномерни и многомерни масиви. Основни операции с масиви – индексиране. Сортиране и търсене в едномерен масив – основни алгоритми за сортировка. Рекурсия – пряка и косвена рекурсия, линейна и разклонена рекурсия.

Литература: [35], [36] или [37], [38].

15. Обектно ориентирано програмиране. Основни принципи. Класове и обекти. Наследяване и инкапсулация. Параметричен полиморфизъм.

Обекти (екземпляри). Класове. Декларация на клас и декларация на обект. Конструктори – конструктор по подразбиране, конструктор за присвояване. Освобождаване на памет – процедура за събиране на свободната памет. Методи – декларация, предаване на параметри, връщане на резултат. Наследяване и достъп до наследените компоненти. Еднократно и многократно (множествено) наследяване. Производни и вложени класове. Абстрактни методи и класове. Инкапсулация и скриване на информацията. Модификатори – статични полета и методи. Параметричен полиморфизъм. Типовете като параметри към функция и клас.

Примерни задачи: задачи за програмиране, съответни на съдържанието на въпроса.

Литература: [35], [36] или [37], [38].

16. Структури от данни. Стек, опашка, списък, кореново дърво. Основни операции върху тях. Реализация.

Структури от данни - дефиниране. Линейни структури от данни – списък, опашка, стек. Логическо описание. Статични и днамични реализации. Дефиниране на класове, реализиращи статично или динамично свързан списък (едностранно или двустранно), опашка или стек. Дървовидни структури от данни – двоично кореново дърво и двоично кореново дърво за бързо търсене. Логическо описание. Статични и днамични реализации. Дефиниране на класове, реализиращи двоично кореново дърво или двоично кореново дърво за бързо търсене.

Забележка. За изпита ще бъдат избрани една от линейните и една от дървовидните структури.

Примерни задачи: задачи за програмиране, съответни на съдържанието на въпроса.

Литература: [23], [9], [15].

17. Обща характеристика на функционалния стил на програмиране. Дефиниране и използване на функции. Модели на оценяване. Функции от по-висок ред. Списъци. Потоци и отложено оценяване.

1. Характерни особености на функционалния стил на програмиране. Основни компоненти на функционалните програми. Примитивни изрази. Средства за комбиниране и абстракция. Оценяване на изрази. Дефиниране на променливи и процедури. Среди. Специални форми. Модели на оценяване на комбинации. Процедури от по-висок ред. Процедурите като параметри и оценки на обръщения към процедури.

2. Списъци. Основни операции със списъци. Процедури от по-висок ред за работа със списъци. Потоци. Основни операции с потоци. Функции от по-висок ред за работа с потоци. Отложено оценяване. Работа с безкрайни потоци.

Забележка. На изпита ще бъде давана една от двете части на въпроса.

Литература: [14], [22].

18. Термове и формули на предикатното смятане от първи ред. Хорнови клаузи. Унификация. Метод на резолюцията в предикатното смятане от първи ред.

Дефинират се синтактичните понятия терм и формула от даден език на предикатното смятане. Дава се семантика на термовете и формулите в дадена структура за езика. Доказва се, че множество от затворени универсални формули има модел точно тогава, когато множеството от частните му случаи е булево изпълнимо. Дефинира се понятието съждителен резолютивен извод и се доказва теоремата за коректност и пълнота на резолютивната изводимост. Описва се метода на резолюцията. Дефинира се понятието хорнов дизюнкт и се доказва, че изпълнимите множества от хорнови дизюнкти имат най-малък модел.

Примерни типове задачи, свързани с въпроса

1. *Практически задачи* – за дефиниране на предикат с помощта на Пролог; за проследяване на изпълнението на програма на Пролог.
2. *Теоретични задачи* – за определимост и неопределимост на свойства в дадена структура; показване на изпълнимост на множество от предикатни формули чрез посочване на структура; доказване на неизпълнимост на множество от предикатни формули с помощта на метода на резолюцията.

Литература: [11], [12], [18], [26].

19. Релационен модел. Нормални форми.

1. Релационен модел на данните: домен; релация; кортеж; атрибути; схема на релация; схема на релационна база от данни; реализация на релационната база от данни; видове операции върху релационната база от данни; заявки към релационната база от данни. Релационна алгебра: основни (обединение; разлика; декартово произведение; проекция; селекция) и допълнителни (сечение; частно; съединение; естествено съединение) операции.

2. Нормални форми. Проектиране схемите на релационните бази от данни. Аномалии, ограничения, ключове. Функционални зависимости, аксиоми на Армстронг. Първа, втора, трета нормална форма, нормална форма на Бойс-Код.

Многозначни зависимости; аксиоми на функционалните и многозначните зависимости; съединение без загуба; четвърта нормална форма.
Забележка. На изпита ще бъде давана една от двете части на въпроса.
Примерни задачи: Съставяне на SQL-заявки, DDL и DML команди.
Литература: [1], [32].

20. Търсене в пространството от състояния. Генетични алгоритми.
Пространство на състоянията. Основни понятия. Формулировка на основните типове задачи за търсене в пространството на състоянията: търсене на път до определена цел, формиране на стратегия при игри за двама играчи, намиране на цел при спазване на ограничителни условия. Методи за информирано (евристично) търсене на път до определена цел: best-first search, beam search, hill climbing, A*. Генетични алгоритми – основен алгоритъм, типове кръстосване и мутация.
Литература [34].

21. Симетрични оператори в крайномерни евклидови пространства. Основни свойства. Теорема за диагонализация.
Всички характеристични корени на симетричен оператор са реални числа. Всеки два собствени вектора, съответстващи на различни собствени стойности, са ортогонални помежду си. Съществува ортонормиран базис на пространството, в който матрицата на симетричен оператор е диагонална.
Примерна задача. За даден симетричен оператор да се намерят ортонормиран базис на пространството, в който матрицата му е диагонална, както и самата матрица.
Литература: [16].

22. Симетрична и алтернативна група. Действие на група върху множество. Теорема на Кейли и формула за класовете.
Симетрична група S_n – представяне на елементите като произведение на независими цикли. Спрягане на елементите на S_n. Транспозиции и представяне на елементите като произведение на транспозиции. Алтернативна група. Действие на група върху множество – орбити и стабилизатори, транзитивно действие. Формула за класовете. Теорема на Кейли.
Примерна задача: Представяне на елементите на S_n като произведение на независими цикли и действия в S_n.
Литература: [17].

23. Теореми за средните стойности (Рол, Лагранж и Коши). Формула на Тейлър.
Необходимо е да се докажат следните, формулирани общо, теореми: Нека f е непрекъсната в затворения интервал $[a,b]$ и притежава производна поне в отворения интервал (a,b). Да се докаже, че:
а) ако $f(a)=f(b)$, то съществува такова $c\in(a,b)$, че $f'(c)=0$ (***Рол***);

б) съществува такова $c \in (a,b)$, че $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$ (***Лагранж***);

в) ако g е непрекъсната в затворения интервал $[a,b]$ и притежава производна поне в отворения интервал (a,b), $g'(x) \neq 0, x \in (a,b)$, то съществува такова $c \in (a,b)$, че

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \qquad \text{(}\textbf{\textit{Коши}}\text{).}$$

За доказателството на теоремата на Рол да се използва (*без доказателство!)* теоремата на Вайерщрас, според която всяка непрекъсната функция в краен и затворен интервал достига своя максимум и минимум.

Необходимо е още да се изведе формулата на Тейлър с остатъчен член във формата на Лагранж.

Примерни задачи: Като се използва теоремата на Лагранж, да се докаже, че

$$ln(1+x) < x \text{ при } x > 0$$

или, че

$$|arctg\, x_2 - arctg\, x_1| \leq |x_2 - x_1| \text{ за всяко } x_1, x_2 \in \mathbf{R}.$$

Литература: [6], [7], [33].

24. Определен интеграл. Дефиниция и свойства. Интегруемост на непрекъснатите функции. Теорема на Нютон - Лайбниц.

Да се дефинират последователно: разбиване на интервал, диаметър на разбиване, риманова сума и риманов интеграл. Да се покаже, че всяка интегруема по Риман функция е ограничена.

Да се дефинират големи и малки суми на Дарбу. Да се установи, че при добавяне на нови точки в разбиването на интервала, големите суми на Дарбу не нарастват, а малките не намаляват (*желателно е да се направи чертеж*).

Да се докаже, че дадена функция е интегруема по Риман тогава и само тогава, когато за всяко $\varepsilon > 0$ съществуват голяма сума на Дарбу S и малка сума на Дарбу s такива, че $S - s < \varepsilon$. Като се използва тази теорема и теоремата на Кантор, според която всяка непрекъсната функция в краен и затворен интервал е равномерно непрекъсната, да се докаже, че всяка непрекъсната функция в краен и затворен интервал е интегруема по Риман. Да се изброят (*без доказателство*) основните свойства на Римановия интеграл. Като се приложи свойството за интегриране на неравенства и теоремата, че всяка непрекъсната функция приема всички стойности между максимума и минимума си, да се докаже, че ако f е непрекъсната в $[a,b]$, то съществува $c \in [a,b]$ така , че

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a).$$

Да се докаже теоремата на Нютон-Лайбниц, т.е. ако f е непрекъсната в $[a,b]$, то за всяко $x \in [a,b]$

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x);$$

да се покаже как теоремата се използва за изчисляване на определен интеграл.
Примерни задачи: Смяна на променливите и интегриране по части; интегриране на рационални функции; интеграли от вида

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^2};$$

интегриране на класове от ирационални функции, субституции на Ойлер; субституции за интегриране на рационални функции от $\sin x$ и $\cos x$.
Литература: [6], [7], [33].

25. Уравнения на права и равнина. Формули за разстояния.
Векторни и параметрични (скаларни) уравнения на права и равнина. Общо уравнение на права в равнината. Декартово уравнение. Взаимно положение на две прави. Нормално уравнение на права. Разстояние от точка до права. Общо уравнение на равнина. Взаимно положение на две равнини. Нормално уравнение на равнина. Разстояние от точка до равнина.
Литература: [20].

26. Итерационни методи за решаване на нелинейни уравнения.
Да се дефинира понятието неподвижна точка на изображението φ и да се докаже, че ако φ е непрекъснато изображение на интервала $[a,b]$ в себе си, то φ има поне една неподвижна точка в $[a,b]$. Да се покаже, че решаването на уравнението $f(x) = 0$ може да се сведе към намиране на неподвижна точка.
Да се дефинира понятието *свиващо изображение* и да се докаже, че ако φ е непрекъснато изображение на интервала $[a, b]$ в себе си и е свиващо с константа на Липшиц $q<1$, то: а) уравнението $x = \varphi(x)$ има единствен корен ξ в $[a,b]$; б) редицата $\{x_n\}$ от последователни приближения (при произволно $x_0 \in [a,b]$ и $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, $n = 0,1,2,\ldots$, клони към ξ при $n \to \infty$, като $|x_n - \xi| \le (b-a)q^n$, за всяко n. Да се получи като следствие, че ако ξ е корен на уравнението $x = \varphi(x)$ и φ има непрекъсната производна в околност U на ξ, за която $|\varphi'(\xi)|<1$, то при достатъчно добро начално приближение x_0 итерационният процес, породен от φ, е сходящ със скоростта на геометрична прогресия. Да се дефинира понятието *ред на сходимост*.
Да се дадат геометрична илюстрация, формула за последователните приближения и ред на сходимост при: метод на хордите, метод на секущите и метод на Нютон. Да се докаже, че при метода на хордите сходимостта е със скоростта на геометричната прогресия (при условие, че коренът е отделен в достатъчно малък интервал).
Литература: [39], [40], [41], [42], [43].

27. Дискретни разпределения. Задачи, в които възникват. Моменти – математическо очакване и дисперсия.

Дефиниция на (дискретно и) целочислено разпределение на случайна величина. Свойства на вероятностите (неотрицателност и нормираност). За всяко от разпределенията – равномерно, биномно, геометрично, Поасоново и хипергеометрично – да се посочи пример (задача), при който то възниква. Пресмятане на математическото очакване и дисперсията на всяко от тези разпределения. При пресмятанията може да се използва пораждаща моментите функция, но тя трябва да се определи за всяко целочислено разпределение и да се изведат основните й свойства.

Литература: [5], глави 2.3 (стр. 54-56), 3.2 (стр. 71-74), 6.1 (примери 1-4); [3], тема: Дискретни разпределения.