СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
“СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ”

ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА
И ИНФОРМАТИКА

ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ

ЗА ПОЛУЧАВАНЕ НА ОКС “БАКАЛАВЪР ПО КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”

ЧАСТ I (ПРАКТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ)

Драги абсолвенти:

- Попълнете факултетния си номер в горния десен ъгъл на всички листове.
- Пишете само на предоставените листове, без да ги разкопчавате.
- Решението на една задача трябва да бъде на същия лист, на който е и нейното условие (т.е. може да пишете отпред и отзад на листа със задачата, но не и на лист на друга задача).
- Ако имате нужда от допълнителен лист, можете да поискате от квесторите.
- На един лист не може да има едновременно и чернова, и белова.
- Черновите трябва да се маркират, като най-отгоре на листа напишете “ЧЕРНОВА”.
- Ако решението на една задача не се побира на нейния лист, трябва да поискате нов бял лист от квесторите. Той трябва да се защипе с телбод към листа със задачата.
- Всеки от допълнителните листове (белова или чернова) трябва да се надпише най-отгоре с вашия факултетен номер.
- Черновите също се предават и се защипват в края на работата.
- Времето за работа по изпита е 3 часа.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!

Задача 1. Задачата да се реши на езика C++.

1) Да се попълнят празните места в кода на функцията `removeWhitespace` така, че тя да премахва от непразния низ `str` всички whitespace символи.

```
bool isWhitespace(char c)
{
  return c == ' '  || c == '\t' ||
         c == '\r' || c == '\n';
}

________ removeWhitespace(char* str)
{
  size_t read=0, write=0;

  while(str[read]){
    if (isWhitespace(__________________))
      read_____________________________;
    else
      str[write++] = ___________________;
  }

  str[_____________________] = '\0';

  return str;
}
```

2) Под всеки от фрагментите да се посочи какво ще изведе той на стандартния изход.

```
for (int i = 0; i < 10; ++i) {
    if (i % 2) continue;
    cout << i;
}
```

_____

```
int i = 0x10;
cout << i;
```

_____

```
int a=1,b=2,c=3;
cout << (a ? b : c);
```

_____

```
char str[] = "abc";
char* p = str;
++p;
++*p;
cout << str;
```

_____

3) Да се попълнят празните места в кода на функцията `pass` така, че функцията `bubbleSort` да сортира в нарастващ ред елементите на масива `arr` с размер `size`. Абстрахирайте се от това, че алгоритъмът, разписан по този начин, работи неефикасно.

```
void pass(int* arr,
          size_t size,
          bool& swappedAtLeastOnce)
{
  if (size _____ 1)
    return;

  if (arr[0] _________________) {
    std::swap(arr[0], arr[1]);
    swappedAtLeastOnce = _________;
  }

  pass(_____________________________,
       _____________________________,
       _____________________________);
}

void bubbleSort(int* arr, size_t size)
{
  bool swappedAtLeastOnce = false;
  pass(arr, size, swappedAtLeastOnce);
  if (swappedAtLeastOnce)
    bubbleSort(arr, size);
}
```

4) Да се посочи какво ще изведе на стандартния изход следният фрагмент.

```
int x = 2;
int arr[] = {10, 20, 30};
cout << "\nA: " << 5./x;
cout << "\nB: " << (x << 4);
cout << "\nC: " << arr[!x];
cout << "\nD: " << *(arr+x);
cout << "\nE: " << (2 + x++);
```

```
A: _____________________
B: _____________________
C: _____________________
D: _____________________
E: _____________________
```

Критерии за оценяване

- Точки се дават само за напълно коректно посочени отговори.
- В подточките, в които се изисква да се посочи какво ще се изведе, точки се дават само ако отговорът напълно съвпада с това, което извежда съответният код. В противен случай се дават 0 т.
- В задачата за довършване на кода на функцията, ако написаното не е синтактично или логически коректно или е различно от коректния отговор, се дават 0 т.
- Сумата от точките се закръгля до цяло число.

Максималната оценка за всяка подточка е както следва (всяко коректно попълнено празно място носи 0,5 точки):

1. 2,5 точки
2. 2 точки
3. 3 точки
4. 2,5 точки

Примерно решение:

1)

```
bool isWhitespace(char c)
{
  return c == ' '  || c == '\r' ||
         c == '\t' || c == '\n';
}

char* removeWhitespace(char* str)
{
  size_t read=0, write=0;

  while(str[read]){
    if (isWhitespace(str[read]))
      read++;
    else
      str[write++] = str[read++];
  }

  str[write] = '\0';

  return str;
}
```

2)

- `02468`
- `16`
- `2`
- `acc`

3)

```
void pass(int* arr,
  size_t size,
  bool& swappedAtLeastOnce)
{
  if (size <= 1)
    return;

  if (arr[0] > arr[1]) {
    std::swap(arr[0], arr[1]);
    swappedAtLeastOnce = true;
  }

  pass(arr + 1, size - 1, swappedAtLeastOnce);
}

void bubbleSort(int* arr, size_t size)
{
  bool swappedAtLeastOnce = false;
  pass(arr, size, swappedAtLeastOnce);
  if (swappedAtLeastOnce)
    bubbleSort(arr, size);
}
```

4)

```
A: 2.5
B: 32
C: 10
D: 30
E: 4
```

Задача 2. Дадена е следната програмата на езика за програмиране C++, от която липсват части.

Класовете и шаблоните `Inc`, `Square`, `Sum` и `Max` описват едноместни функции от тип $f : T \to T$. Видът на конкретната функция се дефинира от метода `value` в съответния клас.

Класът `Inc` представя функцията f : `double` $\to$ `double`, $f(x) = x + 1$.

Класът `Square` представя функцията f : `double` $\to$ `double`, $f(x) = x^2$.

Шаблонът на клас `Sum` представя функцията $f : T \to T$, $f(x) = f_1(x) + ... + f_k(x)$, където $f_1(x), ..., f_k(x)$, $k \geq 0$ е списък от функции от тип $f_i : T \to T$. Дадена функция се добавя към списъка с функции на обект от клас `Sum<T>` чрез метода `addFunction`.

Шаблонът на клас `Max` представя функцията $f : T \to T$, $f(x) = max\{f_1(x), ..., f_k(x)\}$, където $f_1(x), ..., f_k(x)$, $k > 0$ е списък от функции от тип $f_i : T \to T$. Дадена функция се добавя към списъка с функции на обект от клас `Max<T>` чрез метода `addFunction`.

`Function` е шаблон на абстрактен клас, който е базов за `Inc`, `Square`, `Sum` и `Max`.

Функцията `main` въвежда от стандартния вход числото x и извежда най-голямата измежду стойностите $x + 1$, x^2 и $x^2 + x + 1$.

Да се попълнят липсващите части в програмата. Да се приеме, че класовете `Sum` и `Max` не е нужно да правят копие на подадените им функции.

```
#include <vector>
#include <iostream>
template <typename T>
class Function
{  public:

   _____ T value(T) const  _____
};
class Inc : _____________________________
{  public:
   double value(double x) const { return x+1; }
};
class Square : ___________________________
{  public:
   double value(double x) const { return x*x; }
};


_____________________________________


class Max : ______________________________
{   private:
    std::vector<_________________> functions;
    public:
    void addFunction(_________________ f)
    { functions.push_back(f); }
    T value(T x) const
    {
        if(_________________________)
            throw "Function list is empty!";




        return _____________________________;
    }
};


_____________________________________


class Sum: _______________________________
{   private:
    std::vector<_________________> functions;
    public:
    void addFunction(_________________ f)
    { functions.push_back(f); }
    T value(T x) const
    {









        return _____________________________;
    }
};
int main()
{
    Inc i; Square sq; Sum<double> s;
    //(x+1)+(x*x)
    s.addFunction(&i); s.addFunction(&sq);
    Max<double> m;
    //{x+1, x*x, (x+1)+(x*x)}
    m.addFunction(&i); m.addFunction(&sq);
    m.addFunction(&s);
    double x; std::cin >> x;
    std::cout << m.value(x) << std::endl;
}
```

Примерно решение

```
#include <vector>
#include <iostream>

template<typename T>
class Function
{  public:
   virtual T value(T) const = 0;
};
class Inc : public Function<double>
{  public:
   double value(double x) const { return x+1; }
};
class Square : public Function<double>
{  public:
   double value(double x) const { return x*x; }
};
template<typename T>
class Max : public Function<T>
{   private:
    std::vector<Function<T>*> functions;
    public:
    void addFunction(Function<T> *f) { functions.push_back(f); }
    T value(T x) const
    {
        if(functions.size()<1)
            throw "Function list is empty!";
        T result = functions[0]->value(x);
        for(Function<T> *f : functions)
          result = std::max(result,f->value(x));
        return result;
    }
};
template<typename T>
class Sum : public Function<T>
{   private:
    std::vector<Function<T>*> functions;
    public:
    void addFunction(Function<T> *f) { functions.push_back(f); }
    T value(T x) const
    {
        T result = 0;
        for(Function<T> *f : functions)
          result += f->value(x);
        return result;
    }
};
int main()
{
    Inc i; Square sq;
    Sum<double> s; Max<double> m;
    s.addFunction(&i); s.addFunction(&sq);
```

```
        m.addFunction(&i); m.addFunction(&sq); m.addFunction(&s);
        double x; std::cin >> x;
        std::cout << m.value(x) << std::endl;
    }
```

Критерии за оценяване

Задачата се оценява по долната схема, като сумата на точките се дели на 4 и се закръгля до цяло число.

```
#include <vector>
#include <iostream>
template <typename T>
class Function
{  public:

   _____ T value(T) _____

   [*]virtual ... = 0;                    +4 т.
};

class Inc : _____________________________
[*] public Function<double>               +2 т.
{  public:
   double value(double x) const { return x+1;
    }};

class Square:  _____________________________
[*] public Function<double>               +2 т.
{  public:
   double value(double x) const { return x*x;
    }};


_____________________________________
[*]template <typename T>                  +2 т.
class Max : _____________________________
[*]public Function<T>                     +2 т.
{   private:

    std::vector<_____________> functions;
[*] Function<T>*                          +2 т.
    public:

    void addFunction(_____________f)
[*] Function<T>*                          +1 т.
    { functions.push_back(f); }
    T value(T x) const
    {

        if(_________________________)
[*] functions.size()<1                    +2 т.
            throw "Function list is empty!";

    return _________________________;
[*] всяко вярно решение                   +8 т.
    }
};

_____________________________________
[*]template <typename T>                  +2 т.

class Sum : _____________________________
[*]public Function<T>                     +2 т.
{   private:
std::vector<_____________> functions;
[*] Function<T>*                          +2 т.
    public:
    void addFunction(_____________f)
[*] Function<T>*                          +1 т.
    { functions.push_back(f); }
    T value(T x) const
    {

    return _________________________;
[*] всяко вярно решение                  + 8 т.
    }
};
int main()
{
    Inc i; Square sq; Sum<double> s;
    //(x+1)+(x*x)
    s.addFunction(&i); s.addFunction(&sq);
    Max<double> m;
    //{x+1, x*x, (x+1)+(x*x)}
    m.addFunction(&i); m.addFunction(&sq);
    m.addFunction(&s);
    double x; std::cin >> x;
    std::cout << m.value(x) << std::endl;
}
```

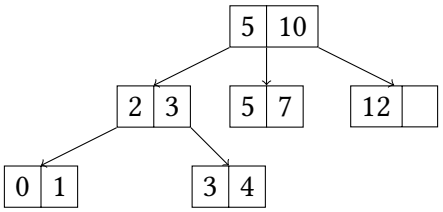
Задача 3. Троично дърво ще наричаме наредено дърво, за което всеки възел съхранява една или две стойности и има не повече от три наследника. Ако за произволен възел означим стойностите на двата елемента в него с `X` и `Y`, а трите негови потенциални поддървета с `STleft`, `STmid` и `STright`, то за да е валидно такова дърво, трябва да са в сила следните свойства:

- стойността `X` трябва да е строго по-малка от стойността `Y`;
- стойността на всеки елемент от поддървото `STleft` трябва да е строго по-малка от `X`;
- стойността на всеки елемент от поддървото `STmid` трябва да е по-голяма или равна на `X` и строго по-малка от `Y`;
- стойността на всеки елемент от поддървото `STright` трябва да е по-голяма или равна на `Y`;
- ако в даден възел няма втора стойност (`Y`), то тогава поддървото `STright` задължително трябва да е празно;
- ако в поддървото `STmid` на даден възел има поне един елемент по-голям от `X`, то във възела задължително трябва да има две стойности (`X` и `Y`);
- всяко от `STleft`, `STmid` и `STright` или е празно, или е валидно троично дърво.

Така неформално можем да напишем следното неравенство:

$$\texttt{STleft} < \texttt{X} \leq \texttt{STmid} < \texttt{Y} \leq \texttt{STright}$$

Пример за такова дърво е показан на фигурата:



1) Да се опише структура, с която може да се представи такова троично дърво с елементи цели числа и да се напише нейната дефиниция на C++.
2) Да се дефинира функция `insert` с аргументи троично дърво от цели числа и цяло число, която добавя това число в дървото, съблюдавайки изискванията за валидност. При добавяне на нова стойност не трябва да се променят или преместват съществуващите в дървото стойности.
3) Да се дефинира функция `find` с аргументи троично дърво от цели числа и цяло число, която проверява дали подаденото число се съдържа в дървото.
4) Да се реализира кратка програма, която демонстрира описаните функции, като за целта:
   а) създава празно дърво;
   б) въвежда от стандартния вход естествено число `N`, последвано от `N` цели числа, които добавя в дървото;
   в) прочита от стандартния вход едно число и извежда на стандартния изход подходящ текст, указващ дали това число се среща или не в дървото;
   г) подсигурява коректна работа с паметта.

Задачата трябва да се реализира на езика C++. Позволено е използването на класовете и методите от стандартната библиотека, отговаряща на стандарта C++14 или по-стар.

Примерно решение

```
#include <iostream>

struct node
{
  int X, Y;
  node* left  = nullptr,
      * mid   = nullptr,
      * right = nullptr;
};

struct tree
{
  node* root = nullptr;
};


void insert(node*& root, int value)
{
  if (!root) {
    root = new node;
    root->X = root->Y = value;
    return;
  }

  if (value < root->X) insert(root->left, value);
  else if (value == root->X) insert(root->mid, value);
  else if (root->X == root->Y) root->Y = value;
  else if (value < root->Y) insert(root->mid, value);
  else insert(root->right, value);
}
void insert(tree& t, int value)
{
  insert(t.root, value);
}

bool find(const node* root, int value)
{
  if (!root) return false;
  if (value == root->X || value == root->Y) return true;
  if (value < root->X) return find(root->left, value);
  if (value < root->Y) return find(root->mid, value);
  return find(root->right, value);
}
bool find(const tree& t, int value)
{
  return find(t.root, value);
}


void clear(node* root)
{
  if (root) {
```

```
    clear(root->left);
    clear(root->mid);
    clear(root->right);
    delete root;
  }
}
void clear(tree& t)
{
  clear(t.root);
  t.root = nullptr;
}

int main()
{
  tree t;

  int N;
  do {
    std::cout << "N = ";
    std::cin >> N;
  } while (N <= 0);
  for (int i = 0; i < N; ++i) {
    int value;
    std::cin >> value;
    insert(t, value);
  }

  int X;
  std::cin >> X;
  std::cout << "The tree "
            << (find(t, X) ? "contains " : "does not contain ")
            << X << "\n";

  clear(t);
  return 0;
}
```

Критерии за оценяване

1) За коректно дефинирана структура с две полета цели числа и три указателя и посочване на дървото като корен (указател към тази структура) – 1 т.
   - Допуска се и шаблон на такава структура.
   - Не се изисква дефиниране на клас `Tree`, но трябва по някакъв начин явно да се укаже, че дървото се представя чрез корена си.
2) За коректно дефинирана функция `insert` – 4 т.
3) За всеки от петте случая на вмъкване (`X`, `Y`, `STleft`, `STmid`, `STright`) – по 0,5 точки.
4) За коректно променяне на подадения указател (поне за вмъкване в празно дърво) 0,5 точки.
5) За коректно справяне със случая с една стойност във възел – 1 т.
6) За коректна функция `find` – 3 т.

7) За случая с празно дърво – 0,5 т.

8) За намиране на данните в текущия възел – 1 т.

9) За коректно слизане по трите поддървета – 1,5 т. (по 0,5 т. за всеки случай)

   а) Не се присъждат точки за създаване на празно дърво.

   б) За коректно четене на `N`, последвано от `N` числа и използване на функцията от 2) – 0,5 т.

   в) За коректно използване на функцията от 3) и обработка на резултата от нея – 0,5 т.

   г) За коректна функция, която да изчисти паметта за дървото – 1 т. Допуска се имплементация на деструктор, както и друга техника, чрез която да се освободи заетата памет.

Сумата от точките се закръгля до цяло число.

Задача 4. *Задачата да се реши на един от езиците Scheme или Haskell.*

Обществото на информатиците провежда избори за съвет на старейшините. „Кандидатура“ е наредена двойка от низове: името на кандидата и неговата специалност, а „кандидатската листа“ е списък от кандидатури. Може да се гласува за произволен брой кандидати. Попълнените „бюлетини“ представляват предикати, които приемат кандидатура и връщат истина или лъжа, в зависимост дали се гласува за съответната кандидатура или не. Да се попълнят празните полета по-долу така, че:

а) `votes` да връща броя на гласовете от бюлетините `ballots` за кандидата с име `cand`;

б) `election` да връща списък от наредени двойки от името на кандидата и броя от гласовете за него от бюлетините `ballots` в реда, в който кандидатите се срещат в листата `cl`;

в) `sortResults` да сортира резултатите, върнати от функцията `election`, в низходящ ред по броя на гласовете, като кандидатите с равен брой гласове запазват реда си от листата;

г) `selectCouncil` да връща списък от имена от избраните **не повече** от `max` кандидати, които имат повече от половината гласове, в реда, върнат от `sortResults`.

Упътване: *могат да се използват наготово всички функции в R5RS за Scheme и в Prelude за Haskell.*

Haskell

```
votes cand ballots = ____________________________________________________________
election ballots cl = __________ (\__________ -> (__________, ____________________)) cl
sortResults [] = []
sortResults ____________________ = more ++ equal ++ less
  where more  = ____________________________________________________________
        equal = ____________________________________________________________
        less  = ____________________________________________________________
selectCouncil max ballots cl =
   ____________________ (map __________ (filter ____________________________________ results))
   where results = sortResults (election ballots cl)
```

Пример:

```
cl = [("Kernighan","C"),("Ritchie","C"),("Stroustrup","C++"),("Steele","Scheme"),
      ("Sussman","Scheme"),("Church","Lambda"),("Curry","Lambda")]
b1 (name, specialty) = specialty == "Lambda" || last name == 'e'
b2 (name, specialty) = name == "Church" || head specialty == 'C'
b3 (name, specialty) = length name > 6 && specialty /= "C++"
selectCouncil 2 [b1, b2, b3] cl = ["Ritchie","Kernighan"]
```

Scheme

```
(define (votes cand ballots) ____________________________________________________)
(define (election ballots cl) (__________ (lambda (c) (cons __________ ____________________)) cl))
(define (sortResults res) (if (null? res) '()
   (let ((more  ____________________________________________________)
         (equal ____________________________________________________)
         (less  ____________________________________________________))
     (append more equal less))))
(define (selectCouncil max ballots cl)
  (define (select max results) (if (or (null? results) ____________________________________) '()
                                   (cons __________ (select (- max 1) (cdr results)))))
  (select max (sortResults (election ballots cl))))
```

Пример:

```
(define cl '(("Kernighan"."C") ("Ritchie"."C") ("Stroustrup"."C++") ("Steele"."Scheme")
             ("Sussman"."Scheme") ("Church"."Lambda") ("Curry"."Lambda")))
(define (b1 c) (or (equal? (cdr c) "Lambda") (eqv? (car (reverse (string->list (car c)))) #\e)))
(define (b2 c) (or (equal? (car c) "Church") (eqv? (string-ref (cdr c) 0) #\C)))
(define (b3 c) (and (> (string-length (car c)) 6) (not (equal? (cdr c) "C++"))))
(selectCouncil 2 (list b1 b2 b3) cl) ⟶ ("Ritchie" "Kernighan")
```

Примерни решения

Haskell

```
votes cand ballots = length $ filter ($ cand) ballots

election ballots cl = map (\cand@(name, _) -> (name, votes cand ballots)) cl

sortResults [] = []
sortResults ((name,votes):results) = more ++ equal ++ less
  where more  = sortResults   $ filter (\(_,v) -> v >  votes) results
        equal = (name, votes) : filter (\(_,v) -> v == votes) results
        less  = sortResults   $ filter (\(_,v) -> v <  votes) results

selectCouncil max ballots cl =
  take max (map fst (filter ((> length ballots `div` 2) . snd) results))
  where results = sortResults (election ballots cl)
```

Scheme

```
(define (votes cand ballots) (length (filter (lambda (b) (b cand)) ballots)))

(define (election ballots cl) (map (lambda (c) (cons (car c) (votes c ballots))) cl))

(define (sortResults res) (if (null? res) '()
   (let ((more  (sortResults (filter (lambda (c) (> (cdr c) (cdar res))) res)))
         (equal (filter (lambda (c) (= (cdr c) (cdar res))) res))
         (less  (sortResults (filter (lambda (c) (< (cdr c) (cdar res))) res))))
     (append more equal less))))

(define (selectCouncil max ballots cl)
  (define (select max results)
    (if (or (null? results) (= max 0) (<= (cdar results) (/ (length ballots) 2))) '()
        (cons (caar results) (select (- max 1) (cdr results)))))
  (select max (sortResults (election ballots cl))))
```

Критерии за оценяване

Ако е писано и по двата езика, се взима по-високият резултат. Сумата от точките се закръгля нагоре до цяло число.

Haskell

По ред на празните слотове:

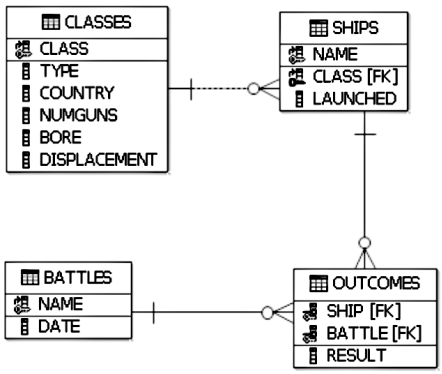
1. **1,5 т.** за функцията `length $ filter ($ cand) ballots` или еквивалентна на нея, която връща броя на елементите на списъка `ballots`, които връщат `True` след прилагане над `cand`;
   - **1 т.** за функция, която третира `ballots` като списък от имена на кандидати или списък от кандидатури и коректно намира броя на тези от тях, за които името на кандидата съвпада с `cand`;
2. **0,5 т.** за функцията `map`;
3. не се дават или отнемат точки, служи само за именуване на променливите, които се използват в другите слотове;
4. **0,5 т.** за първия компонент на параметъра от слот 3;
5. **1 т.** за извикването на функцията `votes` над параметъра от слот 3 и параметъра `ballots`;
   - признават се и решения, в които `votes` се извиква над първия компонент на параметъра от слот 3 и параметъра `ballots`;
6. не се дават или отнемат точки, служи само за именуване на променливите, които се използват в другите слотове;
7. **1,5 т.** за рекурсивно извикване на функцията `sortResults` над тези от елементите на параметъра от слот 6, чиито втори компонент е **по-голям** от втория компонент на главата на параметъра от слот 6;
   - **1 т.** при коректна реализация, която нарушава първоначалния ред на елементите, неправилно достъпва компонентите при сравнение или пропуска рекурсивното извикване на `sortResults`;
8. **1,5 т.** за тези от елементите на параметъра от слот 6, чиито втори компонент е **равен** на втория компонент на главата на параметъра от слот 6;
   - **1 т.** при коректна реализация, която нарушава първоначалния ред на елементите, неправилно достъпва компонентите при сравнение, прави рекурсивно извикване към `sortResults` или пропуска първия елемент на параметъра от слот 6;
9. **1,5 т.** за рекурсивно извикване на функцията `sortResults` над тези от елементите на параметъра от слот 6, чиито втори компонент е **по-малък** от втория компонент на главата на параметъра от слот 6;
   - **1 т.** при коректна реализация, която нарушава първоначалния ред на елементите, неправилно достъпва компонентите при сравнение или пропуска рекурсивното извикване на `sortResults`;
10. **0,5 т.** за `take max` или еквивалентен израз, който извлича първите `max` елемента от списък;
11. **0,5 т.** за `fst`;
12. **1 т.** за предикат, който връща `True` точно за наредени двойки, чиито втори компонент надвишава половината на дължината на `ballots`;
    - признава се и предикат, който връща `True` точно за наредени двойки, чиито втори компонент надвишава половината от общия брой на всички получени гласове за всички кандидати;
    - **0,5 т.** при грешка в типовете при деление на две (например, липса на `fromIntegral` и използване на `/` вместо `div`).

Scheme

По ред на празните слотове:

1. **1,5 т.** за функцията `(length (filter (lambda (b) (b cand)) ballots))` или еквивалентна на нея, която връща броя на елементите на списъка `ballots`, които връщат `#t` след прилагане над `cand`;
   - **1 т.** за функция, която третира `ballots` като списък от имена на кандидати или списък от кандидатури и коректно намира броя на тези от тях, за които името на кандидата съвпада с `cand`;
2. **0,5 т.** за функцията `map`;
3. **0,5 т.** за `(car c)`;
4. **1 т.** за `(votes c ballots)`
   - признава се също и `(votes (car c) ballots)`;
5. **1,5 т.** за рекурсивно извикване на функцията `sortResults` над тези от елементите на `res`, чиито втори компонент е **по-голям** от `(cdar res)`;
   - **1 т.** при коректна реализация, която нарушава първоначалния ред на елементите, неправилно достъпва компонентите при сравнение или пропуска рекурсивното извикване на `sortResults`;
6. **1,5 т.** за тези от елементите на `res`, чиито втори компонент е **равен** на `(cdar res)`;
   - **1 т.** при коректна реализация, която нарушава първоначалния ред на елементите, неправилно достъпва компонентите при сравнение, прави рекурсивно извикване на `sortResults` или пропуска първия елемент на `res`;
7. **1,5 т.** за рекурсивно извикване на функцията `sortResults` над тези от елементите на `res`, чиито втори компонент е **по-малък** от `(cdar res)`;
   - **1 т.** при коректна реализация, която нарушава първоначалния ред на елементите, неправилно достъпва компонентите при сравнение или пропуска рекурсивното извикване на `sortResults`;
8. очакват се два израза, записани в произволен ред:
   - **0,5 т.** за `(= max 0)` или еквивалентен на него израз;
   - **1 т.** за израз, проверяващ дали `(cdar results)` **не надвишава** половината от дължината на списъка `ballots`;
     - признава се и израз, който проверява дали `(cdar results)` **не надвишава** половината от общия брой на всички получени гласове за всички кандидати;
9. **0,5 т.** за `(caar results)`.

Задача 5. Дадена е базата от данни Ships, в която се съхранява информация за кораби (Ships) и тяхното участие в битки (Battles) по време на Втората световна война. Всеки кораб е построен по определен стереотип, определящ класа на кораба (Classes).



Таблицата Classes съдържа информация за класовете кораби:

- class — име на класа, първичен ключ;
- type — тип: 'bb' за бойни кораби и 'bc' за бойни крайцери;
- country — държавата, която строи такива кораби;
- numGuns — броят на основните оръдия;
- bore — калибърът им (диаметърът на отвора на оръдието в инчове);
- displacement — водоизместимост в тонове.

Таблицата Ships съдържа информация за корабите:

- name — име на кораб, първичен ключ;
- class — име на неговия клас;
- launched — годината, в която корабът е пуснат на вода.

Таблицата Battles съхранява информация за битките:

- name — име на битката, първичен ключ;
- date — дата на провеждане.

Таблицата Outcomes съдържа информация за резултата от участието на даден кораб в дадена битка, като колоните ship и battle заедно формират първичния ключ:

- ship — име на кораба;
- battle — име на битката;
- result — резултат от битката: 'sunk' за потънал, 'damaged' за повреден и 'ok' за победил.

1) Да се напише заявка, която извежда без повторение имената на всички класове, от които няма нито един повреден в битка кораб. Ако даден клас няма никакви кораби или има, но те не са участвали в никакви битки, този клас също трябва да бъде изведен.

2) Да се посочи коя от следните заявки извежда имената на класовете и броя на потъналите кораби от съответния клас. Ако даден клас има кораби, но нито един от тях не е потънал или нито един от тях не е участвал в битка, срещу неговото име заявката да извежда числото 0. Ако даден клас няма никакви кораби, неговото име да НЕ се извежда.

А)
```
SELECT class, COUNT(ship)
FROM Ships
LEFT JOIN Outcomes
     ON Ships.name = Outcomes.ship
        AND result = 'sunk'
GROUP BY class;
```

Б)
```
SELECT DISTINCT class,
       (SELECT COUNT(*)
        FROM Outcomes
        WHERE result = 'sunk')
FROM Ships;
```

В)
```
SELECT class, COUNT(result = 'sunk')
FROM Ships
JOIN Outcomes
     ON Ships.name = Outcomes.ship
GROUP BY class
HAVING COUNT(*) = 0;
```

Г)
```
SELECT c.class, COUNT(DISTINCT result)
FROM Outcomes o
RIGHT JOIN Ships s ON o.ship = s.name
RIGHT JOIN Classes c
      ON s.class = c.class
WHERE result = 'sunk'
GROUP BY c.class;
```

Примерно решение на подзадача 1

```
SELECT class
FROM Classes
WHERE class NOT IN (SELECT class
                    FROM Ships
                    JOIN Outcomes ON name = ship
                    WHERE result = 'damaged');
```

Критерии за оценяване

1) Общо 5 т., като:
   - решение, което коректно намира класовете, които имат поне един кораб, който е със статус, различен от `'damaged'` се оценява с 2 т.
   - за всяка сгрешена клауза броят на точките се намалява с 2 до достигане на 0 т.
2) Единственият верен отговор е А). Посочването на този отговор носи 5 т., а посочването на грешен отговор или комбинация от отговори носи 0 т.

Задача 6. Колко низа с дължина n над азбуката $\{a, b, c, d\}$ съдържат поне една буква a, поне една буква b и поне една буква c?

Отговорът носи точки само ако е придружен от коректна обосновка.

Примерно решение

Нека U е универсалното множество в тази задача: множеството от всички низове с дължина n над азбуката $\{a, b, c, d\}$. Нека S_a е множеството от низовете без буква a, S_b е множеството от низовете без буква b и S_c е множеството от низовете без буква c. Тогава $\overline{S_a}$ е множеството от низовете с поне една буква a, $\overline{S_b}$ е множеството от низовете с поне една буква b и $\overline{S_c}$ е множеството от низовете с поне една буква c. Търсим

$$|\overline{S_a} \cap \overline{S_b} \cap \overline{S_c}|$$

Съгласно комбинаторния принцип на включването и изключването,

$$|\overline{S_a} \cap \overline{S_b} \cap \overline{S_c}| = |U| - (|S_a| + |S_b| + |S_c|) + (|S_a \cap S_b| + |S_a \cap S_c| + |S_b \cap S_c|) - |S_a \cap S_b \cap S_c|$$

Очевидно $|U| = 4^n$. Да намерим $|S_a|$. Но S_a е множеството от низове с дължина n над азбуката $\{b, c, d\}$, така че $|S_a| = 3^n$. Аналогично, $|S_b| = 3^n$ и $|S_c| = 3^n$.

Да намерим $|S_a \cap S_b|$. Но $S_a \cap S_b$ е множеството от низове с дължина n над азбуката $\{c, d\}$, така че $|S_a \cap S_b| = 2^n$. Аналогично, $|S_a \cap S_c| = 2^n$ и $|S_b \cap S_c| = 2^n$.

Да намерим $|S_a \cap S_b \cap S_c|$. Но $S_a \cap S_b \cap S_c$ е множеството от низовете с дължина n над азбуката $\{d\}$. Има точно един такъв низ, а именно $dd \ldots d$ с дължина n. Тогава $|S_a \cap S_b \cap S_c| = 1$.

Отговорът е

$$|\overline{S_a} \cap \overline{S_b} \cap \overline{S_c}| = 4^n - 3 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n - 1 = 4^n - 3^{n+1} + 3 \cdot 2^n - 1$$

Критерии за оценяване

Коректен обоснован отговор се оценява с 10 точки.

Коректен отговор без обосновка се оценява с 0 точки.

Некоректен отговор се оценява с 0 точки.

Задача 7. Даден е ориентиран граф, представен чрез поредица от факти от вида `arc(<Node1>, <Node2>, <Cost>)`, всеки от които означава дъга с начало `<Node1>`, край `<Node2>` и дължина (цена) `<Cost>`:

```
arc(s,a,1).  arc(s,d,3).  arc(s,f,4).  arc(a,b,2).  arc(d,e,2).
arc(f,g,4).  arc(b,c,1).  arc(e,g,1).  arc(c,g,1).
```

Дадена е също така поредица от факти от вида `h(<Node>,<Cost>)`, дефиниращи евристичната функция, с помощта на която се пресмята приближена стойност `<Cost>` на разстоянието от възела `<Node>` до възела `g`:

```
h(s,4).  h(a,4).  h(b,2).  h(c,1).  h(d,3).  h(e,1).  h(f,4).  h(g,0).
```

Ако се търси път в графа от възела `s` до възела `g`, да се посочи решението, намерено с използване на всеки от посочените по-долу методи за търсене. Отговорът да се обоснове като за всеки един от алгоритмите се посочи как се избира следващият връх, който да се обходи, и каква е неговата оценяваща функция:

а) best-first search;

б) A* search.

Примерно решение

Търсеният път е:

а) `[s,d,e,g]`

Методът Best-first search разширява този частичен път от фронта на търсене, който е с най-малка цена. Оценяващата функция е $f(n) = h(n)$, където $h(n)$ е евристика, оценяваща пътя от възела n до целта.

б) `[s,a,b,c,g]`

Методът A* разширява този частичен път от фронта на търсене, който има най-малка стойност на оценяващата функция $f(n) = g(n) + h(n)$, където $g(n)$ е цената на пътя от началния връх до n, а $h(n)$ е евристика, оценяваща оставащата част от пътя до целта.

Критерии за оценяване

Всяка коректно отговорена и обоснована подточка се оценява с по 5 т.
Верни отговори без обосновка се оценяват с 2 т.

Задача 8. В пространството спрямо ортонормирана координатна система $K : O\vec{e}_1\vec{e}_2\vec{e}_3$ са дадени правите

$$m : \begin{cases} x = 3 + u \\ y = 2 + u \\ z = 2 \end{cases}, \qquad g : \begin{vmatrix} x + y + z - 2 = 0 \\ 3x - y \quad - 11 = 0 \end{vmatrix}.$$

Да се намери оста на правите m и g и дължината на тяхната ос-отсечка.

Примерно решение

Намираме параметрично представяне на правата g:

$$g : \begin{cases} x = \quad v \\ y = -11 + 3v \\ z = \ 13 - 4v \end{cases}.$$

Произволна точка M от правата m има координати:

$$M(3 + u, 2 + u, 2).$$

Произволна точка G от правата g има координати:

$$G(v, -11 + 3v, 13 - 4v).$$

Следователно:

$$\overrightarrow{MG} = (-3 - u + v, -13 - u + 3v, 11 - 4v).$$

Понеже търсим ос на кръстосаните прави m и g трябва $\overrightarrow{MG} \perp m \| \vec{m}(1, 1, 0)$ и $\overrightarrow{MG} \perp g \| \vec{g}(1, 3, -4)$:

$$\left| \begin{array}{l} \overrightarrow{MG}\,\vec{m} = (-3 - u + v, -13 - u + 3v, 11 - 4v)(1, 1, 0) = -16 - 2u + 4v = 0 \\ \overrightarrow{MG}\,\vec{g} = (-3 - u + v, -13 - u + 3v, 11 - 4v)(1, 3, -4) = -86 - 4u + 26v = 0 \end{array} \right.$$

Решението на тази система линейни уравнения е

$$u = -2, \quad v = 3$$

Намираме

$$M(1, 0, 2), \quad G(3, -2, 1)$$

За оста t намираме:

$$t : \begin{cases} \ni M(1, 0, 2), \\ \| \overrightarrow{MG}(2, -2, 1) \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad t : \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = \ -2s \\ z = 2 - s \end{cases}.$$

За дължината $|\overrightarrow{MG}|$ на оста-отсечка на кръстосаните прави m и g намираме

$$|\overrightarrow{MG}| = \sqrt{\overrightarrow{MG}^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3.$$

Критерии за оценяване

- За намиране параметрично представяне на правата $g \to 2$ т.
- За намиране на вектор $\overrightarrow{MG} \to 2$ т.
- За получаване на системата $\overrightarrow{MG} \perp \vec{m}$ и $\overrightarrow{MG} \perp \vec{g} \to 2$ т.
- За решаване на системата $\to 1$ т.
- За намиране на оста $\to 2$ т.
- За намиране на дължината на оста-отсечка $\to 1$ т.

Чернова