СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛ. ОХРИДСКИ“
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

КОНСПЕКТ

ЗА

ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ ЗА ЗАВЪРШВАНЕ НА ОБРАЗОВАТЕЛНО-КВАЛИФИКАЦИОННА СТЕПЕН „БАКАЛАВЪР“

СПЕЦИАЛНОСТ

„ИНФОРМАТИКА“

Промените в конспектите за ДИ са приети с
решение на ФС – Протокол № 05/29.05.2017 г.

СОФИЯ • 2018

При явяване на държавен изпит всеки студент е длъжен да носи студентската си книжка, да се яви навреме пред предварително оповестената зала и да спази указанията на квесторите за настаняване в залата.

Държавният изпит по специалност *„Информатика“* е в две части, които се провеждат в два дни. През първия ден изпитът е практически (решаване на задачи) с продължителност 3 астрономически часа. Към въпроси с номера от 1 до 7, 9, от 12 до 18 и от 22 до 29, могат да бъдат дадени задачи. Втория ден изпитът е теоретичен. Изтегля се един въпрос, който се развива за 2 астрономически часа. Работите се предават и се прави кратка почивка. Тегли се втори въпрос, който също се развива за 2 часа.

По време на всяка една част от изпита листата за писане са осигурени и подпечатани от ФМИ, други не се внасят. Пише се само с химикал - задължително син или черен цвят. Молив може да се използва само за чертежи.

По време на изпита може да се използва официално издадено копие на конспекта (получава се от квесторите). Всички други пособия са забранени.

Забранено е използването на електронни устройства от всякакъв вид. Необходимо е всички внесени мобилни устройства и компютърна техника да бъдат изключени преди започване на изпита и да бъдат оставени на определените за целта места. Намирането при студентите на нерегламентирани помощни средства се счита за опит за преписване. По време на изпита не се водят разговори, не се пуши и не се излиза от залата.

Работите се оценяват от комисия. Практическият и теоретичният изпит се оценяват поотделно. При положение, че и на двата изпита оценката е по-голяма или равна на 3.00, то крайната оценка от държавния изпит е закръглената по правилата средно аритметична оценка от двата изпита. В противен случай оценката е слаб (2.00). Оценката се закръгля до втори знак след десетичната запетая**.** Оценките са окончателни и не подлежат на преразглеждане.

Според правилника на СУ студентите нямат право на явяване за повишаване на оценка от ДИ, ако той е бил успешно положен. Напомняме на студентите, че според ЗВО за продължаване на образованието в ОКС „Магистър“ **(срещу заплащане)** е необходима оценка най-малко „добър“ от дипломата за ОКС „Бакалавър“.

КОНСПЕКТ ЗА ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ "ИНФОРМАТИКА"

ОСНОВИ НА ИНФОРМАТИКАТА

1. Множества. Декартово произведение. Релации. Функции.
2. Основни комбинаторни принципи и конфигурации. Рекурентни уравнения.
3. Графи. Дървета. Обхождания на графи.
4. Крайни автомати. Регулярни езици.
5. Семантика на рекурсивните програми с предаване на параметрите по стойност.
6. Бази от данни. Релационен модел на данните.
7. Бази от данни. Нормални форми.
8. Компютърни архитектури – Формати на данните. Вътрешна структура на централен процесор – блокове и конвейерна обработка, инструкции. Структура и йерархия на паметта. Сегментна и странична преадресация. Система за прекъсване – приоритети и обслужване.
9. Файлова система. Логическа организация и физическо представяне. Основни системни примитиви.
10. Компютърни мрежи и протоколи – OSI модел. Маршрутизация. Протоколи IPv4, IPv6, TCP, DNS.
11. Растеризиране на отсечка, окръжност и елипса.

ПРОГРАМИРАНЕ

12. Процедурно програмиране - основни информационни и алгоритмични структури (C++).
13. Обектно ориентирано програмиране (C++): Основни принципи. Класове и обекти. Оператори. Шаблони на функции и класове.
14. Обектно ориентирано програмиране (C++): Наследяване и полиморфизъм.
15. Структури от данни. Стек, опашка, списък, дърво. Основни операции върху тях. Реализация.
16. Основни конструкции в езиците за функционално програмиране. Дефиниране и използване на функции. Списъци. Функции от по-висок ред за работа със списъци. Потоци.
17. Семантична характеризация на логическите формули и програми.
18. Операционна семантика на логическите програми.
19. Пространство на състоянията - основни понятия и задачи. Стратегии и алгоритми за неинформирано и информирано търсене на път до определена цел. Представяне и използване на знания - основни понятия и формализми.

20. Симетрични оператори в крайномерни евклидови пространства. Основни свойства. Теорема за диагонализация.
21. Полиноми на една променлива. Теорема за деление с остатък. Най-голям общ делител на полиноми – тъждество на Безу и алгоритъм на Евклид. Зависимост между корени и коефициенти на полиноми (формули на Виет).
22. Теореми за средните стойности (Рол, Лагранж и Коши). Формула на Тейлър.
23. Определен интеграл. Дефиниция и свойства. Интегруемост на непрекъснатите функции. Теорема на Нютон - Лайбниц.
24. Диференцируеми функции на много променливи. Диференциране на съставни функции.
25. Уравнения на права и равнина. Формули за разстояния и ъгли.
26. Линейни обикновени диференциални уравнения. Уравнения с постоянни коефициенти.
27. Диференчни методи за задачата на Коши за обикновено диференциално уравнение от първи ред.
28. Итерационни методи за решаване на нелинейни уравнения.
29. Дискретни разпределения. Равномерно, биномно, геометрично и Поасоново разпределение. Задачи, в които възникват. Моменти –математическо очакване и дисперсия.

АНОТАЦИИ НА ВЪПРОСИТЕ

1. Множества. Декартово произведение. Релации. Функции.

Аксиоматизация на множествата – аксиоми за обема, отделянето, степенното множество и индуктивно генерираните множества. Математическа индукция. Основни операции върху множества и техните свойства. Наредена двойка и наредена n-орка. Декартово произведение и обобщено Декартово произведение на множества. Релация над n домейна. Свойства на бинарните релации. Релации на еквивалентост и класове на еквивалентност. Релации на частична наредба. Диаграми на Хассе. Релации на пълна наредба. Минимален и максимален елемент в релация на частична наредба. Влагане на частична наредба в пълна наредба – топологично сортиране. Частични и тотални функции. Инекции, биекции и сюрекции. Дефиниция на крайно множество и на кардиналност на крайно множество. Дефиниция на изброимо безкрайно множество. Принцип на Дирихле.

Примерни задачи

1. Да се докаже, че множествата, описани от дадени изрази, са равни: било чрез таблица, било чрез използване на свойствата на операции върху множества.
2. Да се докаже или опровергае, че дадена бинарна релация има дадено свойство.
3. Да се определят класовете на еквивалентност на дадена релация на еквивалентност.
4. Да се докаже по индукция дадено твърдение върху естествените числа.
5. Да се докаже твърдение чрез принципа на Дирихле.

Литература: [12], [27], [32].

2. **Основни комбинаторни принципи и конфигурации. Рекурентни уравнения.**

Формулировки на принципите на изброителната комбинаторика – принцип на Дирихле, принцип на биекцията, принцип на събирането, принцип на изваждането, принцип на умножението, принцип на делението, принцип за включване и изключване (с доказателство). Основните комбинаторни конфигурации: с или без наредба, с или без повтаряне. Извеждане на формулите за броя на основните комбинаторни конфигурации. Биномни коефициенти и теорема на Нютон. Доказателства на комбинаторни тъждества чрез комбинаторни разсъждения (принцип на двукратното броене). Алгоритъм за решаване на линейни рекурентни уравнения с константни коефициенти – хомогенни и нехомогенни.

Примерни задачи

1. Да се намери броят на частичните функции, на тоталните функциите, на инекции и на сюрекциите от крайно множество A в крайно множество B.

2. Да се намери броят на различните целочислени решения на уравнение от вида $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = M$, така че всички x_i са неотрицателни и трябва да удовлетворяват различни други условия, например $x_i \geq c_i$.

3. Да се реши зададено линейно (хомогенно или нехомогенно) рекурентно уравнение с константни коефициенти.

Литература: [12], [27], [32].

3. Графи. Дървета. Обхождания на графи.

Дефиниции за краен ориентиран (мулти)граф и краен неориентиран (мулти)граф. Дефиниции за път (цикъл) в ориентиран и неориентиран мултиграф. Свързаност и свързани компоненти на граф. Дефиниция на дърво и кореново дърво. Доказателство, че всяко кореново дърво е дърво и $|V|=|E|+1$. Покриващо дърво на граф. Обхождане на граф в ширина и дълбочина. Ойлерови обхождания на мултиграф. Теореми за съществуване на Ойлеров цикъл (с доказателство) и Ойлеров път.

Примерни задачи

1. Да се построи покриващо дърво на зададен граф – в ширина или дълбочина.
2. Да се построи Ойлеров цикъл (или път) в зададен мултиграф или да се докаже, че такъв цикъл (или път) не съществува.
3. Да се разбие множеството на ребрата на неориентиран граф на минимален брой пътища, никои два от които нямат общо ребро.

Литература: [12], [27], [32].

4. Крайни автомати. Регулярни езици.

Детерминирани крайни автомати. Недетерминирани крайни автомати. Представяне на всеки недетерминиран краен автомат с детерминиран (с доказателство). Регулярни операции. Доказателство за затвореност на автоматните езици относно регулярните операции. Регулярни езици. Формулировка и доказателство на теоремата на Клини. Формулировка и доказателство на лемата разрастване за регулярни езици (*uvw-лема*). Примери за нерегулярни езици. Формулировка и доказателство на теоремата на Майхил - Нероуд. Алгоритъм за конструиране на минимален краен детерминиран тотален автомат, еквивалентен на даден детерминиран краен автомат.

Примерни задачи

1. Да се построи детерминиран автомат, разпознаващ даден регулярен език.
2. По даден краен автомат да се намери еквивалентен на него минимален детерминиран краен автомат.
3. Да се докаже, че даден език е регулярен.
4. Да се докаже, че даден език не е регулярен.
5. Да се определи дали даден език е регулярен. Да се аргументира отговорът.

Литература: [12], [29],[40].

5. Семантика на рекурсивните програми с предаване на параметрите по стойност.

1. Най-малки неподвижни точки на компактни оператори. Теорема на Кнастер и Тарски за системи от уравнения. Компактност на операторите, определени от програмни термове. Денотационна семантика на рекурсивните програми.
2. Правило за мю-индукцията на Скот.

Литература: [21].

6. Бази от данни. Релационен модел на данните.

Релационен модел на данните: домейн; релация; кортежи; атрибути; схема на релация; схема на релационна база от данни; реализация на релационната база от данни; видове операции върху релационната база от данни; заявки към релационната база от данни. Релационна алгебра: основни (обединение; разлика; декартово произведение; проекция; селекция) и допълнителни (сечение; частно; съединение; естествено съединение) операции.

Примерни задачи: Съставяне на SQL заявки, DDL и DML команди.

Литература: [26]

7. Бази от данни. Нормални форми.

Нормални форми. Проектиране схемите на релационните бази от данни. Аномалии, ограничения, ключове. Функционални зависимости, аксиоми на Армстронг. Първа, втора, трета нормална форма, нормална форма на Бойс-Код. Многозначни зависимости; аксиоми на функционалните и многозначните зависимости; съединение без загуба; четвърта нормална форма.

Примерни задачи: Привеждане на схема на базата от данни (при зададени функционални зависимости) към зададена нормална форма.

Литература: [26]

8. Компютърни архитектури – Формати на данните. Вътрешна структура на централен процесор – блокове и конвейерна обработка, инструкции. Структура и йерархия на паметта. Сегментна и странична преадресация. Система за прекъсване – приоритети и обслужване.

1. Обща структура на компютрите и концептуално изпълнение на инструкциите, запомнена програма.
2. Формати на данните - цели двоични числа, двоично-десетични числа, двоични числа с плаваща запетая, символни данни и кодови таблици
3. Централен процесор – регистри, АЛУ,регистри на състояните и флаговете, блокове за управление, връзка с паметта, дешифрация на инструкциите, прехода.
4. Структура и йерархия на паметта – структура на основната памет, йерархия – кеш, основна, виртуална.
5. Сегметна и странична преадресация – селектор, дескриптор, таблици и регистри при сегметна преадресация; каталог на страниците, описател, стратегии на подмяна на страниците при странична преадресация

6. Система за прекъсванията – видове прекъсвания, структура и обраборка, конкурентност и приоритети, контролери на прекъсванията.

Литература: [6], [33], [37], [39].

9. Файлова система. Логическа организация и физическо представяне. Основни системни примитиви.

1. Логическа организация на файлова система:
   - Имена на файлове.
   - Типове файлове - обикновен файл, специален файл, каталог, символна връзка, програмен канал и др.
   - Вътрешна структура на файл.
   - Атрибути на файл.
   - Йерархична организация на файлова система - абсолютно и относително пълно име на файл, текущ каталог.
2. Физическо представяне на файлова система:
   - Стратегии за управление на дисковото пространство.
   - Системни структури, съдържащи информация за разпределението на дисковата памет и съхранявани постоянно на диска:
     - за свободните блокове;
     - за блоковете, разпределени за всеки един файл;
     - за общи параметри на файловата система.
   - Примери за физическа организация на файлова система:
     - UNIX System V;
     - LINUX;
     - MS DOS;
     - NTFS.
3. Основни системни примитиви на файлова система:
   - Работа с обикновен файл - създаване, отваряне, четене, писане, позициониране и др.
   - Изграждане йерархичната организация на файловата система - създаване и унищожаване на каталог, създаване и унищожаване на връзки, смяна на текущ каталог.
   - Защита на файловата система.

Примерни задачи: задачи, съответни на съдържанието на въпроса

Литература: [14], [36].

Забележка: На изпита ще бъде избрана част от изброените примери за файлова организация.

10. Компютърни мрежи и протоколи – OSI модел. Маршрутизация. Протоколи IPv4, IPv6, TCP, DNS.

OSI модел – най-обща характеристика на нивата, съпоставяне с модела TCP/IP. Разпределена маршрутизация – алгоритми с дистантен вектор и следене на състоянието на линията. IPv4 адресация – класова и безкласова. Основни характеристики на протокол IPv6. TCP – процедура на трикратно договаряне. Основни характеристики на протоколи DNS (резолвинг на имената по IPv4 и IPv6).

Литература:[3], [28], [35].

11. Растеризиране на отсечка, окръжност и елипса.

Необходимост и цел за растеризация на графични примитиви. Да се разгледат най-често използваните алгоритми като на алгоритмите на средната точка, на порциите, на Брезенхам и Михнер и да се даде **псевдокод** за тях. Да се обърне внимание на избора на начално приближение. Да се разгледат и алгоритми използващи частни разлики от втори ред за окръжност както и алгоритми растеризиращи дъга от окръжност.

Литература:[11], [31].

12. Процедурно програмиране - основни информационни и алгоритмични структури (С++).

Изложението по въпроса трябва да включва следните по-съществени елементи:

1. Принципи на структурното програмиране.
2. Величини от указателен тип – основни приложения.
3. Указателна аритметика. Указателен достъп до масиви и матрици.
4. Типизирани и нетипизирани функции.
5. Видове параметри и взаимодействие на функциите чрез тях.
6. Глобални променливи и взаимодействие на функците чрез тях.
7. Линейна, разклонена и косвена рекурсия.

Да се акцентира върху семантичните свойства на съответните езикови средства.

Типична задача. Да се състави функция, която въз основа на зададени като параметри масиви и/или матрици, чрез съответен анализ формира други такива.

Литература: [24].

13. Обектно ориентирано програмиране (С++): Основни принципи. Класове и обекти. Оператори. Шаблони на функции и класове.

Абстракция със структури от данни, от структури към класове (основни идеи). Класове. Дефиниране и област на клас. Обекти. Конструктори. Подразбиращ се конструктор. Конструктор за присвояване. Указатели към обекти. Масиви и обекти. Динамични обекти. Деструктор. Създаване и разрушаване на обекти на класове. Масиви
от обекти. Оператори. Предефиниране на оператори. Операторна функция за присвояване. Шаблони на функции и класове.

Литература: [24], [34].

14. Обектно ориентирано програмиране (С++): Наследяване и полиморфизъм.

Производни класове. Дефиниране. Наследяване и достъп до наследените компоненти. Предефиниране на компоненти. Конструктори, операторни функции за присвояване и деструктори на производни класове.

Множествено наследяване. Виртуални класове. Динамично свързване и виртуални функции. Полиморфизъм. Абстрактни класове.

Литература: [24], [34].

15. Структури от данни. Стек, опашка, списък, дърво. Основни операции върху тях. Реализация.

Структури от данни - дефиниране. Структура от данни стек. Логическо описание. Физическо представяне. Дефиниране на клас, реализиращ свързаното представяне на стек.

Структура от данни опашка. Логическо описание. Физическо представяне. Клас, реализиращ свързаното представяне на опашка.

Структура от данни свързан списък. Логическо описание. Физическо представяне. Клас, реализиращ представяне на свързан списък с една връзка. Клас, реализиращ представяне на свързан списък с две връзки.

Структура от данни двоично дърво, логическо описание. Физическо представяне. Клас, реализиращ свързаното представяне на двоично дърво.

Структура от данни двоично наредено дърво. Логическо описание. Физическо представяне. Клас, реализиращ двоично наредено дърво.

Забележка. За изпита ще бъдат избрани две от изброените структури.

Литература: [24], [25], [34].

16. Основни конструкции в езиците за функционално програмиране. Дефиниране и използване на функции. Списъци. Функции от по-висок ред за работа със списъци. Потоци.

Изложението по въпроса трябва да включва следните по-съществени елементи:

1. Основни компоненти на функционалните програми. Примитивни изрази. Средства за комбиниране и абстракция. Оценяване на изрази.
2. Дефиниране на променливи и процедури. Среди. Специални форми. Модели на оценяване на комбинации.
3. Процедури от по-висок ред. Процедурите като параметри и оценки на обръщения към процедури.
4. Списъци. Основни операции със списъци. Процедури от по-висок ред за работа със списъци: акумулиране, трансформиране и филтриране на елементите на даден списък.
5. Потоци. Основни операции с потоци. Функции от по-висок ред за работа с потоци. Отложено оценяване. Работа с безкрайни потоци.

Литература: [23].

Забележка. На изпита ще бъдат давани или т. 1-3, или т. 4-5.

17. Семантична характеризация на логическите формули и програми.

Синтаксис и семантика на логическите формули. Изпълнимост и тъждествена вярност. Ербранови структури. Ербранови модели на множества от безкванторни или множества от универсални затворени формули.

Литература: [20], [13], [30].

18. Операционна семантика на логическите програми.

Субституции. Унификатори и унифицируемост. Алгоритъм за намиране на най-общ унификатор на атомарни формули.

Примерни типове задачи, свързани с въпрос 17 и въпрос 18

1. *Практически задачи* – за дефиниране на предикат с помощта на Пролог; за проследяване на изпълнението на програма на Пролог.
2. *Теоретични задачи* – за определимост на свойства в дадена структура; показване на изпълнимост на множество от предикатни формули чрез посочване на структура; доказване на неизпълнимост на множество от предикатни формули с помощта на метода на резолюцията.

Литература: [20], [13], [30].

19. Пространство на състоянията - основни понятия и задачи. Стратегии и алгоритми за неинформирано и информирано търсене на път до определена цел. Представяне и използване на знания - основни понятия и формализми.

Изложението по въпроса трябва да включва следните по-съществени елементи:

1. Пространство на състоянията. Основни понятия. Формулировка на основните типове задачи за търсене в пространството на състоянията: търсене на път до определена цел, формиране на стратегия при игри за двама играчи, намиране на цел при спазване на ограничителни условия.
2. Основни стратегии при неинформирано ("сляпо"') търсене на път до определена цел: търсене в дълбочина (depth-first search), търсене в широчина (breadth-first search). Реализация.
3. Методи за информирано (евристично) търсене на път до определена цел: best-first search, beam search, hill climbing, A*. Реализация.
4. Представяне и използване на знания (ПИЗ) в системите с изкуствен интелект. Видове знания. Типове формализми за ПИЗ. ПИЗ чрез процедури, средствата на математическата логика, системи от продукционни правила, семантични мрежи и фреймове.

Литература: [15].

Забележка. На изпита ще бъдат давани или т. 1-3, или т. 4.

20. Симетрични оператори в крайномерни евклидови пространства. Основни свойства. Теорема за диагонализация.

Симетричен оператор – определение, матрица на симетричен оператор спрямо ортонормиран базис. Всички характеристични корени на симетричен оператор са реални числа; всеки два собствени вектора, съответстващи на различни собствени стойности, са ортогонални помежду си; съществува ортонормиран базис на пространството, в който матрицата на симетричен оператор е диагонална.

Литература: [19].

21. Полиноми на една променлива. Теорема за деление с остатък. Най-голям общ делител на полиноми – тъждество на Безу и алгоритъм на Евклид. Зависимост между корени и коефициенти на полиноми (формули на Виет).

Във въпроса се включва определение на полином с коефициенти над поле, степен на полином и корени на полиноми. Теорема за деление с остатък. Схема на Хорнер. Всеки идеал в $F[x]$ е главен. Принцип за сравняване на коефициенти. Определение на най - голям общ делител на два полинома НОД $(h(x), g(x)) = (h(x),g(x))$, теорема за съществуване на най-голям общ делител на два полинома с коефициенти над поле, изразяване на $(h(x),g(x))$ чрез полиномите $h(x)$ и $g(x)$ (тъждество на Безу), алгоритъм на Евклид. Корени на полиноми. Формули на Виет.

Литература: [18].

22. Теореми за средните стойности (Рол, Лагранж и Коши). Формула на Тейлър. Необходимо е да се докажат следните теореми, формулирани общо за по-кратко.

Нека f е непрекъсната в затворения интервал $[a, b]$ и притежава производна поне в отворения интервал (a, b). Да се докаже, че:

а) ако $f(a) = f(b)$, то съществува c $\in (a, b)$, така че $f'(c) = 0$ (Рол);

б) съществува c $\in (a, b)$, така че $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ (Лагранж);

в) ако g е непрекъсната в затворения интервал $[a, b]$ и притежава производна поне в отворения интервал (a, b), $g'(x) \neq 0$, $x \in (a, b)$, то съществува c $\in (a, b)$, така че

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \qquad \text{(Коши).}$$

За доказателството на теоремата на Рол (а)) да се използва (без доказателство!) теоремата на Вайерщрас, според която всяка непрекъсната функция в краен и затворен интервал достига своя максимум и минимум.

Необходимо е още да се изведе формулата на Тейлър с остатъчен член във формата на Лагранж и Коши.

Примерни задачи. Нека $f(t) = a(1-t)\cos at - \sin at$, където a е произволно фиксирано реално число:

а) да се пресметне $\int_0^x f(t)dt$;

б) като се използва теоремата на Рол, да се докаже, че уравнението $f(t)=0$ има поне един корен в интервала (0,1).

Литература: [9], [10].

23. Определен интеграл. Дефиниция и свойства. Интегруемост на непрекъснатите функции. Теорема на Нютон - Лайбниц.

Да се дефинират последователно: разбиване на интервал, диаметър на разбиване, риманова сума и риманов интеграл. Да се покаже, че всяка интегруема по Риман функция е ограничена. Да се дефинират големи и малки суми на Дарбу. Да се установи, че при добавяне на нови точки в разбиването на интервала големите суми на Дарбу не нарастват, а малките не намаляват (желателно е да се направи чертеж).

Да се докаже, че дадена функция е интегруема по Риман тогава и само тогава, когато за всяко $\varepsilon > 0$ съществуват голяма сума на Дарбу S и малка сума на Дарбу s такива, че $S - s < \varepsilon$. Като се използва тази теорема и теоремата на Кантор, според която всяка непрекъсната функция в краен и затворен интервал е равномерно непрекъсната, да се докаже, че всяка непрекъсната функция в краен и затворен интервал е интегруема по Риман. Да се изброят (без доказателство) основните свойства на Римановия интеграл. Като се приложи свойството за интегриране на неравенства и теоремата, че всяка непрекъсната функция приема всички стойности между максимума и минимума си, да се докаже, че ако f е непрекъсната в $[a, b]$, то съществува $c \in [a, b]$, така че

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a).$$

Като се използва този факт, да се докаже теоремата на Нютон - Лайбниц, т.е. че ако f е непрекъсната в $[a, b]$, то за всяко $x \in [a, b]$

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt - f(x),$$

и да се покаже как тя се използва за изчисляване на определен интеграл.

Примерни задачи. Смяна на променливите и интегриране по части; интегриране на рационални функции; интеграли от вида

$$\int_b^c \frac{dx}{(x^2+a^2)^2};$$

субституции за интегриране на рационални функции от $\sin x$ и $\cos x$; субституции на Ойлер.

Литература: [9], [10].

24. Диференцируеми функции на много променливи. Диференциране на съставни функции.

Дефиниция на частни производни на функция на няколко променливи; дефиниция на диференцируема функция. Известно е, че $f(x,y)$ се нарича диференцируема в точката (x_0, y_0), ако е в сила представянето

(*) $$f(x,y) = f(x_0,y_0) + a(x-x_0) + b(y-y_0) + \alpha(x,y),$$

където a и b са реални числа, а $\alpha(x,y) = o\left(\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}\right)$, т.е.

$$\lim_{\substack{x\to x_0 \\ y\to y_0}} \frac{\alpha(x,y)}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}} = 0.$$

Да се покаже, че ако f е диференцируема в (x_0, y_0), то $a = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)$, $b = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)$.

Горната дефиниция може да се пропусне, като се приеме опростена дефиниция - функцията да притежава непрекъснати частни производни в околност на точката.

Да се докаже следната

Теорема. Нека $f(x,y)$ е дефинирана и притежава частни производни по x и y в околност на точката (x_0, y_0), като тези частни производни са непрекъснати в точката (x_0, y_0). Тогава $f(x,y)$ притежава представянето (*).

За доказателството на теоремата да се използва (без доказателство) теоремата на Лагранж за средните стойности.

Формулировка и доказателство при какви предположения е в сила равенството

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{d\psi}{dt},$$

където $F(t) = f(\varphi(t), \psi(t))$.

Литература: [9], [10].

25. Уравнения на права и равнина. Формули за разстояния и ъгли.

Векторни и параметрични (скаларни) уравнения на права и равнина. Общо уравнение на права в равнината. Декартово уравнение. Взаимно положение на две прави. Нормално уравнение на права. Разстояние от точка до права. Ъгъл между прави.

Общо уравнение на равнина. Взаимно положение на две равнини. Нормално уравнение на равнина. Разстояние от точка до равнина.

Литература: [22].

26. Линейни обикновени диференциални уравнения. Уравнения с постоянни коефициенти.

Разглежда се диференциалното уравнение от n-ти ред

$$x^{(n)} + a_1(t)x^{(n-1)} + \ldots + a_n(t)x = f(t), \quad t \in (\alpha, \beta),$$

където $a_j(t)$ са непрекъснати функции. Формулира се (без доказателство) теорема за съществуване и единственост на решението на задачата на Коши. Дава се критерий за линейна независимост на система от n решения на хомогенното уравнение чрез детерминантата на Вронски. Дефинира се понятието фундаментална система от решения и се доказва, че решенията на хомогенното уравнение (т.е. $f(t) \equiv 0$) образуват n - мерно линейно пространство. Описва се структурата на решенията на нехомогенното уравнение.

Формулира се алгоритъм за намиране на общото решение на уравнението с постоянни коефициенти $a_j \in R$

$$x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \ldots + a_n x = 0.$$

Примерни задачи

I. Линейни ДУ с променливи коефициенти:
   1. Да се намери общото решение на уравнението, като се намери негово частно решение във вида $y_1 = e^{bx}$ или $y_1 = x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_n$;
      а) $x(x-1)y'' - xy' + y = 0, x > 1;$
      б) $xy'' - (x+1)y' - 2(x-1)y = 0, x > 0.$

II. Линейни ДУ с постоянни коефициенти. Уравнения на Ойлер:
   1. Да се намерят реалните решения на уравнението:
      а) $y^{IV} + y'' = 7x - 3\cos x;$
      б) $y'' + 4y = 2\,\mathrm{tg}\,x, \quad |x| < \dfrac{\pi}{2};$
      в) $y'' + 2y' + y = xe^x + \dfrac{1}{xe^x}, \quad x > 0.$
   2. Да се реши задачата на Коши:
      а) $y''' + y' = x, y(0) = 3, y'(0) = -1, y''(0) = 1;$
      б) $y'' + 2y' + 2y = ex^{-x}, y(0) = y'(0) = 0$
   3. Да се реши уравнението на Ойлер:
      а) $x^3 y'' - 2xy = 6\ln x$
      б) $x^2 y'' + xy' + 4y = 10x, x > 0.$
   4. Да се покаже, че уравнението $y' + y = \dfrac{1}{e^x + e^{-x}}$ има единствено решение, ограничено в $-\infty < x < +\infty$. Да се намери това решение.

Литература: [5], [38].

27. Диференчни методи за задачата на Коши за обикновено диференциално уравнение от първи ред.

1. Постановка на задачата на Коши за ОДУ от I ред. Геометрична интерпретация.
2. Същност на диференчните методи. Основни понятия.
3. Методи на Ойлер – явен, неявен, подобрен. Извеждане на трите метода. Апроксимация, устойчивост и монотонност за един от трите метода.
4. Явни методи на Рунге-Кута за ОДУ от I ред – едно- и двуетапни.

Литература: [8], [16].

28. Итерационни методи за решаване на нелинейни уравнения.

Да се дефинира понятието неподвижна точка на изображението φ и да се докаже, че ако φ е непрекъснато изображение на интервала $[a, b]$ в себе си, то φ има поне една неподвижна точка в $[a, b]$. Да се покаже, че решаването на уравнението $f(x) = 0$ може да се сведе към намиране на неподвижна точка.

Да се дефинира понятието *свиващо изображение* и да се докаже, че ако φ е непрекъснато изображение на интервала $[a, b]$ в себе си и е свиващо с константа на Липшиц $q < 1$, то: а) уравнението $x = \varphi(x)$ има единствен корен ξ в $[a, b]$; б) редицата $\{x_n\}$ от последователни приближения (при произволно $x_0 \in [a, b]$ и $x_{n+1} = \varphi(x_n), n = 0,1,...)$, клони към ξ при $n \to \infty$, като $|x_n - \xi| \le (b-a)q^n$ за всяко n. Да се получи като следствие, че ако ξ е корен на уравнението $x = \varphi(x)$ и φ има непрекъсната производна в околност U на ξ, за която $|\varphi'(\xi)| < 1$, то при достатъчно добро начално приближение x_0 итерационният процес, породен от φ, е сходящ със скоростта на геометрична прогресия. Да се дефинира понятието *ред на сходимост*.

Да се дадат геометрична илюстрация, формула за последователните приближения и ред на сходимост при: метод на хордите, метод на секущите и метод на Нютон. Да се докаже, че при метода на хордите сходимостта е със скоростта на геометричната прогресия (при условие, че коренът е отделен в достатъчно малък интервал).

Литература: [1], [2], [17].

29. Дискретни разпределения. Равномерно, биномно, геометрично и Поасоново разпределение. Задачи, в които възникват. Моменти – математическо очакване и дисперсия.

На изпита комисията дава две разпределения, върху които се развива въпросът. Дефиниция на дискретно вероятностно разпределение на случайна величина. Свойства на вероятностите (неотрицателност и нормираност, монотонност и адитивност). За всяко от дадените две разпределения да се посочи пример, при който то възниква.Да се пресметне математическото очакване и дисперсията на всяко от тези разпределения. При пресмятанията може да се използва пораждаща функция или пораждаща моментите функция, но тя трябва да се дефинира и да се покажат основните й свойства (без доказателство).

Литература: [7], глави 2.3 (стр. 54-56), 3.2 (стр. 71-74), 6.1 (примери 1-4); [4], тема: Дискретни разпределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев,А. и др. Сборник от задачи по числени методи. Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1994.
2. Боянов, Б., Лекции по числени методи. Дарба, София, 1998.
3. Боянов, Л., К. Боянов и др., Компютърни мрежи и телекомуникации, изд. “Авангард Прима”, София, 2014.
4. Въндев, Д., Записки по теория на вероятностите. Електронно издание: http://www.fmi.uni-sofia.bg/fmi/statist/personal/vandev/lectures/prob/prob.htm
5. Генчев, Т., Обикновени диференциални уравнения, III изд. Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1999.
6. Горслайн, Дж., Фамилия Intel 8086/8088. Техника, София, 1990.
7. Димитров, Б., К. Янев, Вероятности и статистика, Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1998.
8. Димова Ст., Т. Черногорова, А. Йотова. Лекции по числени методи за диференциални уравнения. www.fmi.uni-sofia.bg/econtent/chmdu
9. Дойчинов, Д., Математически анализ в крайномерни пространства. Наука и изкуство, София, 1979.
10. Дойчинов, Д., Математически анализ. Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1994.
11. Лукипудис Е., Компютърна графика и геометрично моделиране, част I - в равнината, 1996.
12. Манев, К., Увод в дискретната математика. Издателство “КЛМН – Красимир манев”, София, пето редактирано издание, 2012, ISBN 954-535-136-5.
13. Метакидес, Д., А. Нероуд, Принципи на логиката и логическото програмиране. Виртех, София, 2000.
14. Николов, Л., Операционни системи. Ciela, София, 1998.
15. Нишева, М., Д. Шишков, Изкуствен интелект. Интеграл, Добрич, 1995.
16. Сендов Бл., В. Попов, Числени методи. Втора част, Наука и изкуство, София, 1978.

Димова, Ст., Т. Черногорова, А. Йотова. Числени методи за диференциални уравнения, Университетско издателство “Св. Климент Охридски“(2010).
17. Сендов, Бл., В. Попов, Числени методи, I ч. Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1996.
18. Сидеров, Пл., Чакърян, К., Записки по алгебра: групи, пръстени, полиноми, Веди, София, 2014.
19. Сидеров, Пл., Чакърян, К., Записки по алгебра: линейна алгебра, Веди, София, 2014.
20. Скордев, Д., Логическо програмиране (записки). Електронно издание: http://www.fmi.uni-sofia.bg/fmi/logic/skordev/ln/lp/new/sydyrzha.htm
21. Сосков, И., А. Дичев, Теория на програмите. Университетско издателство “Св. Кл. Охридски”, София, 1996.
22. Станилов, Гр., Аналитична геометрия. Софтех, София, 1998.
23. Тодорова, М., Езици за функционално и логическо програмиране. I част: Функционално програмиране. Ciela, София, 2003.
24. Тодорова, М., Програмиране на С++. I и II част. Ciela, София, 2002.
25. Уирт, Н., Алгоритми + структури от данни = програми. BG soft group, София.
26. Garcia-Molina, H., J. Ullman, J. Widom, Database Systems: The Complete Book, Prentice Hall, 2002.
27. Grimaldi, R., Discrete and Combinatorial Mathematics: An Applied Introduction, Pearson, 5 edition, 2003, ISBN-13: 978-0201726343.
28. Larry L. Peterson and Bruce S. Davie, Computer Networks: A Systems Approach Fifth Edition, © 2012 Elsevier, Inc.
29. Martin, J., Introduction to Languages and the Theory of Computation, McGraw-Hill, 4 edition, 2010, ISBN-13: 978-0073191461.
30. Nilsson, U., J. Maluszynski, Logic, Programming and Prolog (2nd ed.). John Willey & Sons, 1995. Електронно издание: http://www.ida.liu.se/~ulfni/lpp/
31. Rogers D. F., Procedural Elements for Computer Graphics, McGrow Hill, 1998.
32. Rosen, K., Discrete Mathematics and Its Applications, McGraw-Hill Education, 7 edition, 2012, ISBN 9780073383095.
33. Stallings, W., Computer Organization and Architecture. Design for Performance. Prentice Hall, 2000.
34. Stroustrup, B., C++ Programming Lanquage. Third Edition, Addison-Wesley, 1997.
35. Tannenbaum Andrew S., Wetherall David J., Computer Networks, 5th ed., Prentice Hall, 2011
36. Tannenbaum, A., Modern Operating systems (2nd ed.). Prentice Hall, 2002.
37. Tannenbaum, A., Structured Computer Organization. Prentice Hall, 2002.
38. http://www.fmi.uni-sofia.bg/fmi/diff_equ/exams.html
39. http://www.williamstallings.com/COA5e.html

40. H. Lewis, Chr. Papadimitriou, Elements of the theory of computation, Second edition, Prentice-Hall, 1998.