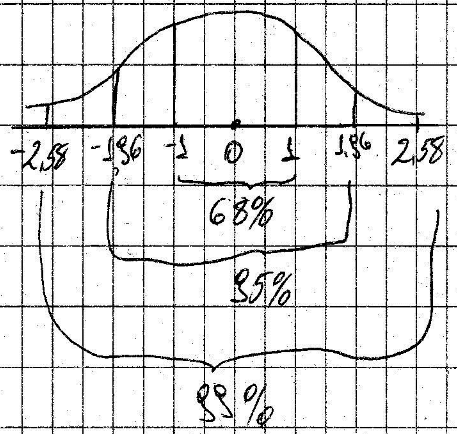
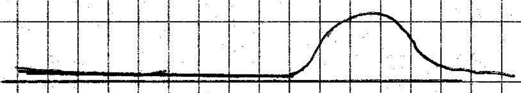
ТВ лекция 01.04.15



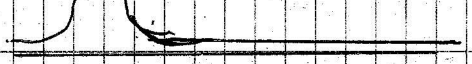
$\mu_3 = E(X-EX)^3$

$\gamma_1(X) = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$

I сл. $\gamma_1(X) < 0$

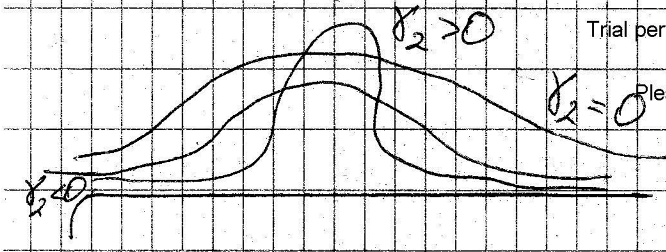


II сл. $\gamma_1(X) > 0$



III сл. $\gamma_1(X) = 0$ – симетрично

$\gamma_2(X) = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{E(X-EX)^4}{[E(X-EX)^2]^2} - 3$, VAR - value of risk



$F(X)$, $0 < p < 1$

x_p – p-квантил

$x_p = \sup\{x : F(x) \le p\}$

Зад. Нека x_1 и x_2 са независими случайни величини $\sim U(0,1)$ и образуваме следните величини

$$\begin{cases} z_1 = \cos(2\pi x_1)\sqrt{-2\ln x_1} \\ z_2 = \sin(2\pi x_2)\sqrt{-2\ln x_2} \end{cases}$$

Да се докаже че $z_1 \perp z_2 \sim N(0,1)$

Св-во $X \sim F(x)$, $Y = F(X)$

$F_Y(y) = P(Y \le y) = P(F(X) \le y) = P(X \le F(F^{-1}(y))) = P(X \le y)$

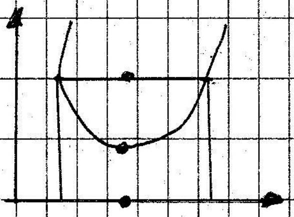
Коши - Буняковски - Шварц (неравенство): $E|XY| \le \sqrt{EX^2 EY^2}$

$2|ab| \le a^2+b^2$, $a^2=\frac{X^2}{EX^2}$, $b^2=\frac{Y^2}{EY^2}$

Йенсен (неравенство): $EX<\infty$

$g(x)$ – изпъкнала, $g(EX) \le E(g(x))$

$\Leftrightarrow g(x)$ – линейна или $DX=0$



Ляпунов (неравенство): $0<s<t$

$EX^2<\infty$, $EX^3<\infty$

$(E|X|^s)^{1/s} \le (E|X|^t)^{1/t}$, $g(x)=|x|^\alpha$, $\alpha \ge 1$

$P(X \le F(F^{-1}(y))) = \underline{P(X \le y)}$

Чебишов (неравенство):

$X \ge 0$ за $\forall \varepsilon > 0$, $P(X \ge \varepsilon) \le \frac{EX}{\varepsilon}$

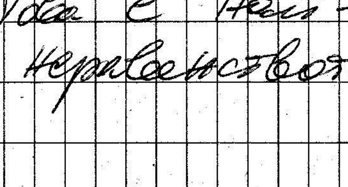
$EX=\int_{\Omega} x\,dP \ge \int_{\{x \ge \varepsilon\}} x\,dP \ge \varepsilon P(X \ge \varepsilon)$

Може да има момент в който да се стигне до горен случай т.е.

$\forall \varepsilon > 0$, $P(|X| \ge \varepsilon) \le \frac{E|X|^s}{\varepsilon^s}$

$P(|X-EX| \ge \varepsilon) \le \frac{E(X-EX)^2}{\varepsilon^2} = \frac{DX}{\varepsilon^2}$

Това е най-често срещаната форма на неравенството на Чебишов



X_p – квантил. Деф

Лицето на фигурата вляво от X_p е равна на p, където $X_{0.5}$ е медианата

$f'(x) = 0$ - достига се включимума на функцията

$(\Omega_1, F_1, P_1) \times (\Omega_2, F_2, P_2) = (\Omega, F, P)$, $\omega = (\omega_1, \omega_2)$

$\omega_1 \in \Omega_1$, $\omega_2 \in \Omega_2$, $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$ (дек произв)

$A_1 \times A_2$, $A_1 \subset \Omega_1$, $A_2 \subset \Omega_2$ - цилиндри

σ-алгебрата породена от правоъгълниците

$\sigma(A_1 \times A_2) \Rightarrow F_1 \times F_2 = F$

$(\Omega_1, F_1) \times (\Omega_2, F_2) = (\Omega, F)$

$R(A)$ - вероятност в/у $F_1 \times F_2$

Деф

Вероятност R се нарича съгласувана за всяко от разместваните

$$\begin{cases} R(A_1 \times \Omega_2) = P_1(A_1) \\ R(\Omega_1 \times A_2) = P_2(A_2) \end{cases}$$

за $\forall A_1 \in F_1, A_2 \in F_2$ $\square$