

DM

5.13.14

Релации

Def: Множество от наредени двойки

$R = \{(0,3), (1,2)\}$

Нека R е релация, а и b са в релация R , $a R b$, $(a,b) \in R$

Def: R е рефлексивна, ако за $\forall a$ имаме $a R a$

Def: R е симетрична, ако $a R b \iff b R a$

Def: R е антисиметрична, ако от $a R b$ и $b R a \implies a = b$

Def: R е транзитивна, ако $a R b$, $b R c \implies a R c$

Def: R е наредба \iff рефлексивна, антисиметр, транзит

Примери

A - множество, \leq_1 наредба над A

B - множество, \leq_2 наредба над B

1) Лексикографски

$(a,b) \leq (c,d)$ ако $a \leq_1 c$, $a <_1 c$ или $a = c$, $b \leq_2 d$

2) Макордани

$(a,b) \leq (c,d)$ ако $a \leq_1 c$ и $b \leq_2 d$

1) Да се докаже лексикографската ~~релация~~ релация е наредба

1) Рефлексивност: $(a,b), (a,b)$

от \leq_1 - наредба $\implies a \leq_1 a$, значи $(a,b) \leq_1 (a,b)$

2) Антисиметричност $(a,b), (c,d)$

Нека $(a,b) \leq (c,d)$ и $(c,d) \leq (a,b)$

Да докажем $a = c$ и $b = d$. Чрез $(a,b) \leq (c,d)$

$\implies a \leq_1 c$. По същия начин $(c,d) \leq (a,b) \implies$

$c \leq_1 a \implies a = c$ от \leq_1 -наредба \implies антисиметр

Сега $(a,b) \leq (a,d)$ значи $b \leq_2 d$ още $(c,d) \leq_2 (a,b)$

$\implies d \leq_2 b$, \leq_2 -антисиметр, значи $b = d \implies (a,b) = (c,d)$

3) Транзитивност

Нека $(a, b) \in R$ и $(c, d) \in R$

Ако $(a, b) \in R$

a, b, c, d - 4 случая

$a = c = e$

$a = c \neq e$

$a \neq c = e$

$a \neq c \neq e$

Нека $a \neq c$ и $c \neq e$, $(a, b) \in R$

По def $\Rightarrow a \leq c$, $(c, d) \in R \Rightarrow$

По def $\Rightarrow c \leq e$ т.е. \leq транзитивност

$\Rightarrow a \leq e$.

За допуснем че $a = e \Rightarrow a \leq c$ и $c \leq e$

$\Rightarrow \leq$ е антисиметрична $\rightarrow a = c$ но $\nexists c \neq a$

A е множество, \leq поредба над A

Def: Поредбата е линейна ако $\forall 2$ елемента се сравняват или $a \leq b$ или $b \leq a$

Def: Поредбата е гъста, ако за $a \neq b$, $a \leq b$
 $\exists c$ т.е. $c \neq a$, $c \neq b$ и $a \leq c \leq b$

Def (най-голям) - $a \in A$ е най-голям, ако за $\forall b \in A$ има $b \leq a$

Def: $a \in A$ е максимален, ако няма $b \in A$
 $b \neq a$ т.е. $a \not\leq b$

Не всеки максимален е най-голям
 Най-големият елемент е максимален

