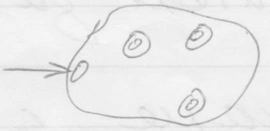
ДМ 28.05

Минимизация



w_1 и $w_2 \in \Sigma^*$

w_1 и w_2 водят до едно и също състояние в автомата. Нека $u \in \Sigma^*$

w_1u } също водят до едно и също състояние
w_2u }

Значи или и двете са в L, т.е. или и двете ги приема автомата или и двете ги отхвърля

R_A : автоматна релация

$w_1 R_A w_2 \iff$ в автомата A w_1 и w_2 водят до едно и също състояние (A не различава думите)

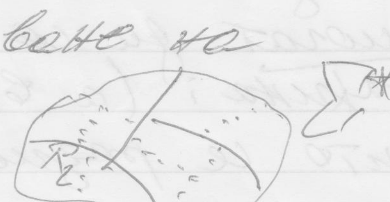
R_L - езикова релация

$w_1 R_L w_2 \iff$ за всяко $u \in \Sigma^*$ имаме че или $w_1u \in L$ и $w_2u \in L$ или $w_1u \notin L$ и $w_2u \notin L$
(w_1 и w_2 се движат заедно)

Ако $w_1 R_A w_2$ то тогава имаме още $w_1 R_L w_2$
(обратното не е вярно)

R_A и R_L са релации на еквивалентност

$R_A \to R_L$, значи R_A е издробяване на езиковата релация



Броят на класовете на R_A е $\geq$ от броят на класовете на R_L. Но броят на класовете на R_A е броят на състоянията

Тв Нека L е език и R_L е съответната му релация. Нека N е броят на нейните класове. Тогава всеки автомат който разпознава L има поне N състояния

Алгоритъм за минимизиране

Зад Имаме автомат A. Искаме да построим автомат B, който разпознава същия език и има възможно най-малко състояния (т.е. минимален)

деф казваме че състоянията p и q в автомата A са еквивалентни (неразличими), ако за всяка дума u е вярно че:
От p със u се стига до финално състояние
<=> от q със u се стига до финално състояние

деф Казваме че u е свидетел за различие за p и q, ако от p със u се стига до финално състояние, а от q със u се стига до нефинално състояние (или обратното qu - фин, pu - не фин)

Идея на Алгоритъма

На всяка стъпка разбиваме състоянията на групи. На стъпка i в една група попадат точно тези състояния, които не могат да се различат със свидетел с дължина i (а в различни групи попадат тези които се разпознават от свидетел с дължина i)

На нулева стъпка: Образуваме 2 групи - приемащи и неприемащи (Нека групите на стъпка i са $S_1^i, S_2^i, \ldots S_k^i$)

$S_1^0 = Q \setminus F$ неприемащи
$S_2^0 = F$ приемащи

Нека имаме $S_1^i, S_2^i \dots S_k^i$. На следващата стъпка от една група попадат точно тези състояния които:
1) са били в една и съща група на предната стъпка i
2) с която и буква да тръгнем от тях отиваме в една и съща група от предните

$S_1^0 = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $S_2^0 = \{9,10\}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	S_1^0	S_2^0	S_1^0	S_1^0	S_2^0	S_1^0	S_1^0	S_2^0	S_2^0	S_2^0
b	S_1^0	S_2^0	S_1^0	S_1^0	S_1^0	S_1^0	S_1^0	S_2^0	S_2^0	S_2^0

От сега
$S_1^i = 1, S_2^i = 2 \dots S_k^i = k$

$S_1^1 = \{1,3,4,6,7\}$, $S_2^1 = \{2,8\}$, $S_3^1 = \{9,10\}$, $S_4^1 = \{5\}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	S_2^1	3	2	4		1	1	3	3	3
b	S_1^1	3	1	1		1	1	3	3	3

$S_1^2 = \{2,8\}$, $S_2^2 = \{4\}$, $S_3^2 = \{5\}$, $S_4^2 = \{9,10\}$, $S_5^2 = \{6,7\}$, $S_6^2 = \{1,3\}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	4	1			5	5	4	4	4
b	6	4	2			5	5	4	4	4

$S_1^3 = \{2,8\}$, $S_2^3 = \{4\}$, $S_3^3 = \{5\}$, $S_4^3 = \{9,10\}$, $S_5^3 = \{6,7\}$, $S_6^3 = \{1\}$, $S_7^3 = \{3\}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	/	4	/	/	/	5	5	4	4	4
b	/	4	/	/	/	5	5	4	4	4

$\overset{S_1}{\{1\}}, \overset{S_2}{\{28\}}, \overset{S_3}{\{3\}}, \overset{S_4}{\{4\}}, \overset{S_5}{\{5\}}, \overset{S_6}{\{6,7\}}\ \overset{S_7}{\{910\}}$