ДМ 19.03

Релация на еквивалентност - рефл, симетр, транз

$aRb \iff |a-b| \le \varepsilon$, $a, b \in \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$ - не е релац

Нека a, b - прави в равнината. $aRb \iff a \parallel b$

Нека $a, b \in \mathbb{N}$, $aRb \iff a+b$ се дели на 2

Деф - R, S - релации на екв. Казваме че R е изфиняване на S (S е огрубяване на R) ако за $\forall$ a, b т.е. aRb имаме и aSb

$R \le S$ т.е. R е по-финна от S

aRb $a-b$ се дели на 12 - съдържа 12 класа

aSb $a-b$ се дели на 18 - съдържа 18 класа

aRb & $aSb \to (a-b)$ се дели на 36 - най-финната която огрубява и двете, $a-b$ се дели на 6

Двоични ф-ии - $\{0,1\} \in \mathbb{Z}_2$

$6a^3b + 17ab^4 - 5ecd^8 = 6ab + 16ab + ab - 5ecd = ab + ecd$

Деф f - дв ф-я т.е. $f : \mathbb{Z}_2^4 \to \mathbb{Z}_2$ Едноаргументни

$x \backslash f(x)$	$f_1 = 0$	$f_2 = x$	$f_3 = \bar{x}$	$f_4 = 1$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

x	y	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

!

$f_0 = 0$, $f_{15} = 1$, $f_3 = x$, $f_{12} = \bar{x}$, $f_5 = y$, $f_{10} = \bar{y}$

$f_1 = $ "и" $= xy = x \wedge y$ $\quad f_7 = $ "или" $= x \vee y$

$f_6 = \oplus$, $\quad f_{13} = x \Rightarrow y = $ "x влече y"

$f_2 = x > y$, $\quad f_4 = x < y$, $\quad f_8 = NOR$ - стрелка на Пирс $x \downarrow y$

$f_{11} = x \Leftarrow y$ $\quad f_{14} = NAND = $ "черта на Шефер" $= x | y$

$f_9 = x \Leftrightarrow y$ - само когато $x = y$

Комутативни

$xy = yx$, $x \vee y = y \vee x$, $x \oplus y = y \oplus x$, $x \Leftrightarrow y = y \Leftrightarrow x$

Асоциативни

$(xy)z = x(yz)$ $\qquad (x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$

$(x \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow z = x \Leftrightarrow (y \Leftrightarrow z)$; $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$

Дистрибутивни

$x(y \vee z) = xy \vee xz$; $x \vee yz = (x \vee y)(x \vee z)$

$x(y \oplus z) = xy \oplus xz$; $x \Rightarrow yz = (x \Rightarrow y)(x \Rightarrow z)$

Равни аргументи

$xx = x$, $x \vee x = x$, $x \oplus x = 0$, $x \Leftrightarrow x = 1$, $x \Rightarrow x = 1$

Константи

$x1 = x$ $\quad x0 = 0$, $x \vee 0 = x$, $1 \oplus x = \bar{x}$

$0 \oplus x = x$, $0 \Leftrightarrow x = \bar{x}$, $1 \Leftrightarrow x = x$

$0 \Rightarrow x = 1$ $\quad 1 \Rightarrow x = x$ $\quad x \Rightarrow 0 = \bar{x}$, $x \Rightarrow 1 = 1$

Поглъщане

$x \vee xy = x$ $\qquad x(x \vee y) = x$

Отрицание

$\bar{\bar{x}} = x$, $\overline{xy} = \bar{x} \vee \bar{y}$ $\qquad \overline{x \vee y} = \bar{x}\,\bar{y}$

Закони на де Морган

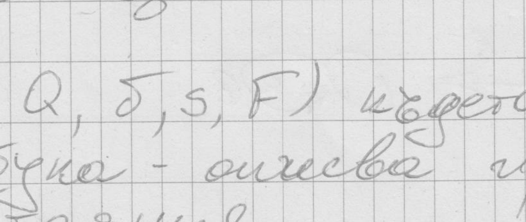
Езици и автомати

def - Азбука - множество от символи (крайно)
def - Дума - редица от символи (крайна)
def - Език - множество от думи

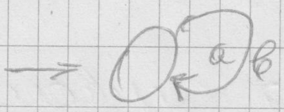
Автомат - крайни машини без памет
Автомата има състояния (крайно мн-во)
За всяко състояние q и всяка буква x, автомата знае в кое състояние да премине ако настоящето сд и прочете x.
Някои състояния са приемащи (◎) а други - отхвърлящи (○). Ако думата свършва в ◎ тогава е OK, в противен случай думата не е в езика

def $(\Sigma, Q, \delta, s, F)$ където
Σ - азбука - описва преходите
Q - състояния
δ - функция на преходите, $\delta: Q \times \Sigma \to Q$
$s \in Q$ - начално състояние
$F \subseteq Q$ - приемащи състояния
се нарича Краен Автомат

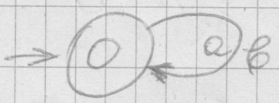
Зад $\Sigma = \{a, b\}$
$L = \{w \mid w$ има четен брой $a\}$



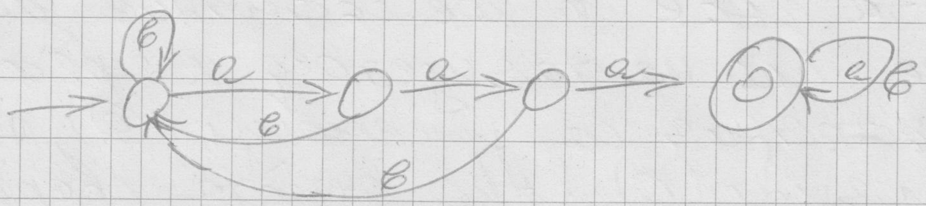
Зад L = ∅

 – не е краен

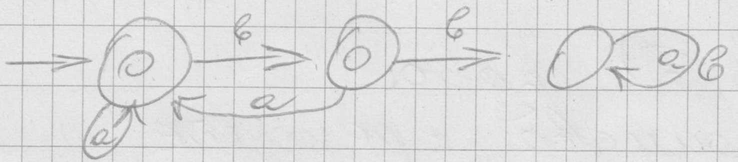
Зад L = език от всички думи



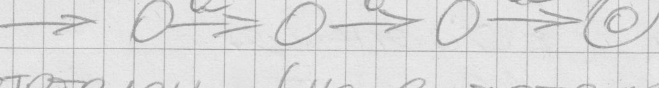
Зад L = {w | в w има 3 поредни a-та}



Зад L = {w | в w няма 2 съседни b}

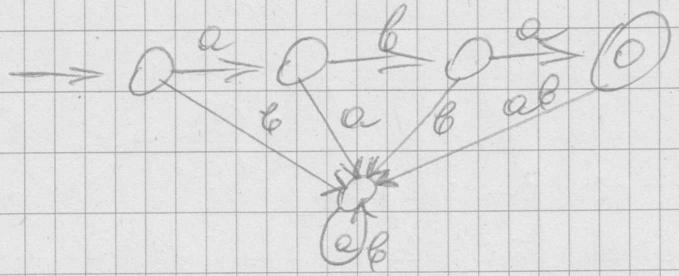


Зад L = {aba}



нетотален (не е тотален)

Ако искаме да направим тотален автомат добавяме ново състояние в което всички лоши преходи да сочат към него, то води към себе си със всички букви и не е финално



Зад $L = \{w \mid w$ съдържа две съседни в-та на точно на едно място$\}$

авваaa - ОК

авввaa - НЕ ОК

авваваавв - НЕ ОК

Зад $L = \{w \mid w$ е запис на десетично число$\}$

$\Sigma = \{0 \ldots 9\}$

123 - ОК, 234 - ОК

0107 - НЕ ОК   0 - ОК

Зад $L = \{w \mid w$ е запис на двоично число кратно на 5$\}$

101 - ОК   1111 - ОК

111 - НЕ ОК