ДМ 5.03.14

Релации

Деф: Множество от наредени двойки

Пр: $\{(0,3), (1,2)\}$

Нека R е релация, a и b са в релация R, aRb, $(a b) \in R$

Деф: R е рефлексивна, ако за $\forall a$ имаме aRa

Деф: R е симетрична, ако $aRb \Longleftrightarrow bRa$

Деф: R е антисиметрична, ако от aRb и $bRa \Rightarrow a = b$

Деф: R е транзитивна, ако aRb, $bRc \rightarrow aRc$

Деф: R е наредба $\Leftrightarrow$ рефлексивна, антисиметр, транзит

Примери

A - множество, $\leq_1$ наредба над A

B - множество, $\leq_2$ наредба над B

1) Лексикографски

$(a, b) \leq (c\, d)$ ако $a \leq_1 c$, $a \neq c$ или $a = c$, $b \leq_2 d$

2) Мажориране

$(a, b) \leq (c\, d)$ ако $a \leq_1 c$ и $b \leq_2 d$

ДСД че лексикографската ~~наредба~~ релация е наредба

1) Рефлексивност - $(a\, b), (a\, b)$

от $\leq_1$ - наредба $\Rightarrow a \leq_1 a$, значи $(a\, b) \leq_1 (a\, b)$

2) Антисиметричност $(a\, b), (c\, d)$

Нека $(a\, b) \leq (c\, d)$ и $(c\, d) \leq (a\, b)$

Да док. че $a = c$ и $b = d$. Щом $(a\, b) \leq (c\, d)$

$\Rightarrow a \leq_1 c$. По същия начин $(c\, d) \leq (a\, b) \Rightarrow$

$c \leq_1 a \Rightarrow a = c$ от $\leq_1$ - наредба $\rightarrow$ антисиметр

Сега, $(a\, b) \leq (a\, d)$ значи $b \leq_2 d$ аще $(a\, d) \leq_2 (a\, b)$

$\Rightarrow d \leq_2 b$. $\leq_2$ - антисиметр, значи $b = d \Rightarrow (a\, b) = (c\, d)$

3) Транзитивност

Нека $(a\,b) \le (c\,d)$ и $(c\,d) \le (e\,f)$

ДСД $(a\,b) \le (e\,f)$

a, c, e – 4 случая

$a = c = e$	Нека $a \ne c$ и $c \ne e$. $(a\,b) \le (c\,d)$
$a = c \ne e$	По def $\Rightarrow a \le_1 c$, $(c\,d) \le (e\,f) \Rightarrow$
$a \ne c = e$	По def $\Rightarrow c \le_1 e$ т.е. $\le$ е транз
$a \ne c \ne e$	$\Rightarrow a \le_1 e$.

Да допуснем че $a = e \Rightarrow a \le_1 c$ и $c \le_1 a$ $\Rightarrow \le_1$ е антисиметрична $\Rightarrow a = c$ но ↯ с $a \ne c$

A е множество, $\sqsubseteq$ наредба над A

Деф: Наредбата е линейна ако $\forall$ 2 елемента се сравняват или $a \sqsubseteq b$ или $b \sqsubseteq a$

Деф: Наредбата е гъста, ако за $a \ne b$, $a \sqsubseteq b$ $\exists\, c$ т.ч. $c \ne a$, $c \ne b$ и $a \sqsubseteq c \sqsubseteq b$

Деф (най-голям) – $a \in A$ е най-голям, ако за $\forall\, b \in A$ имаме $b \sqsubseteq a$

Деф: $a \in A$ е максимален, ако няма $b \in A$ $b \ne a$ т.ч. $a \sqsubseteq b$

Не всеки максимален е най-голям

Най-големият елемент е максимален