ДМ Дичев 28.04

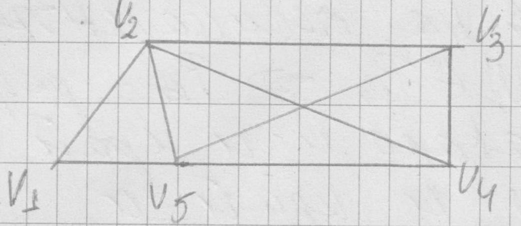
Крайни мултиграфи

Th Нека $G(V,E,f_G)$ е краен ориентиран мултиграф $M = \|a_{ij}\|_{i,j=1}^{n}$ е матрицата на съседства за G, а $M^{(k)}$ е k-тата степен на матр. M. $M^{(k)} = \|a_{ij}^{(k)}\|_{i,j=1}^{n}$. Тогава броя на маршрутите с начало v_i и край v_j се дава от $a_{ij}^{(k)}$

Деф Нека $G(V,E)$ е неориентиран граф. Път се нарича всяка редица $v_{i_0}, v_{i_1} \dots v_{i_l}$ т.е. $V = \{v_1 \dots v_n\}$

$v_{i_0}, v_{i_1} \dots v_{i_l} \in V$, $v_{i_{p-1}} = v_{i_p}$, $(v_{i_p}, v_{i_{p+1}}) \in E$

$v_{i_{p+1}} \neq v_{i_{p-1}}$ $\quad p = 1 \dots l-1$



V_1, V_2, V_3, V_5

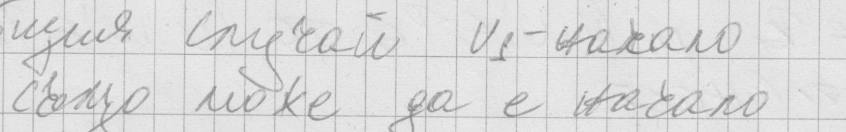
v_{i_0} - начало, v_{i_l} - край

l - дължина на пътя

В общия случай v_1 - начало

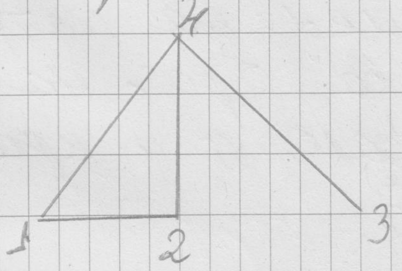
v_4 - също може да е начало

Деф Нека $G(V,E)$ е неориентиран граф и $V' \subseteq V$. Подграф породен от V' се нарича графа $G'(V', E')$ т.е. $E' = \{(u,v) \mid (u,v) \in E,\ u,v \in V'\}$



$V = \{1, 2, 3, 4\}$ $V' = \{1, 2, 3\}$

Деф Нека $G(V, E)$ е неориентиран граф
Степен на върха $v \in V$ се нарича броят
на ребрата с начало v

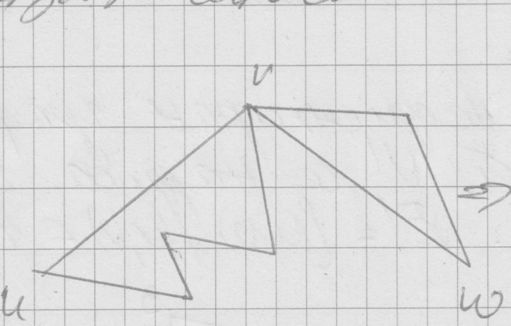


4 - 3 степен
1 и 2 - 2 степени
3 - 1 степен

Нека $G(V, E)$ е неориентиран граф
с P_G е свързаната релация $P_G \subseteq V^2$

$P_G = \{(u, v) \mid \exists$ път с начало u и край $v\} \cup \{(v, v) \mid v \in V\}$

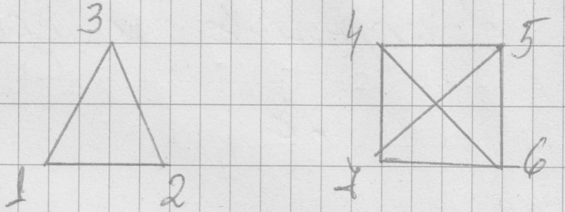
Тв P_G е релация на еквивалентност в V
Док По деф $(v, v) \in P_G \Rightarrow P_G$ - рефлексивна
Ако $\exists$ път с начало u и край v то $\exists$
път с начало v и край u
Ако $(u, v) \in P_G$ то и $(v, u) \in P_G \Rightarrow$ симетричност
Ако $(u, v) \in P_G$ и $(v, w) \in P_G$ то $(u, w) \in P_G \Rightarrow$
транзитивност



$\Rightarrow$ P_G - релация на еквивалентност

2

Деф Казваме че графа $G(V,E)$ - неориентиран е свързан ако за $\forall\ u,v \in V$ - $\exists$ път с начало u и край v $u \neq v$

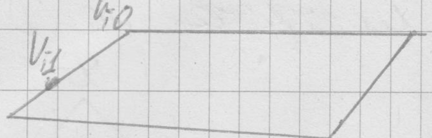


- несвързан граф

Деф Класът на еквивалентност, принадлежащ върха v относно P_G за граф $G(V,E)$ се нарича компонента на свързаност

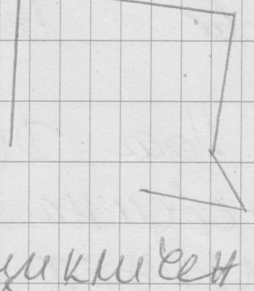
Дървета

Деф Нека $G(V,E)$ е неориентиран граф. Един път в графа $G(V,E)$ се нарича цикъл ако началото и края съвпадат



Нека $G(V,E)$ е граф. G се нарича ацикличен (без цикли) ако не съществуват цикли в графа G

- цикличен



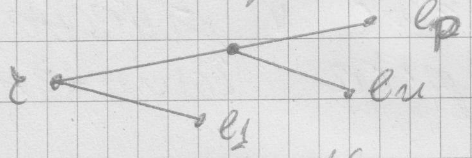
ацикличен

Деф Един граф се нарича дърво ако той е свързан и ацикличен

Деф Индуктивна дефиниция за дърво

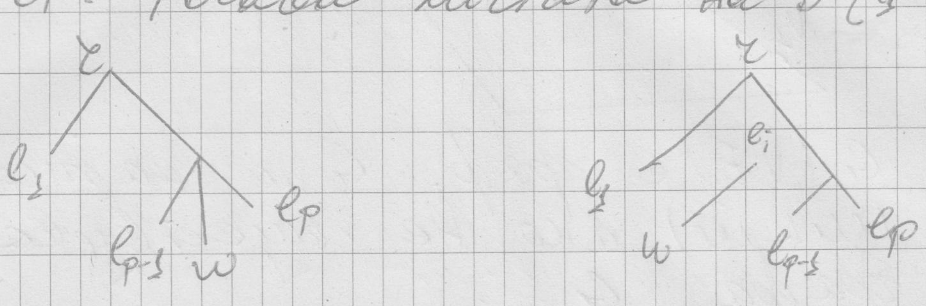
1) Нека r е произволен връх. Тогава $D(\{r\}, \emptyset)$ се нарича дърво с корен r и единствено листо r

2) Нека $D(V, E)$ е дърво с корен r и листа $l_1 \dots l_p$



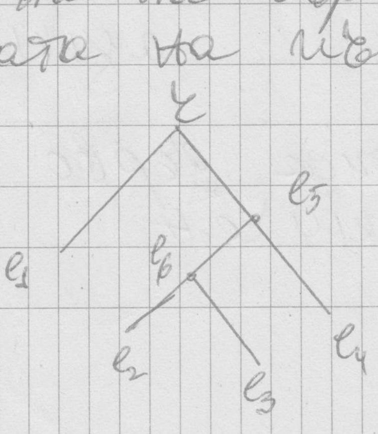
3) Нека $v \in V$ и $w \notin V$. Тогава $D'(V \cup \{w\}, E \cup \{v w\})$ се нарича дърво с корен r и листа

а) $v \notin \{l_1 \dots l_p\}$. Тогава листата D' $\{l_1 \dots l_p, w\}$
б) $v = l_i$. Тогава листата на D' $\{l_1 \dots l_{i-1}, l_{i+1}, l_p, w\}$



Св-во Нека $D(V,E)$ е дърво. Тогава $|V| = |E| + 1$

Деф Нека $D(V,E)$ е кореново дърво с корен r. Височина на върха $v \in V$ се нарича дължината на пътя от r до v

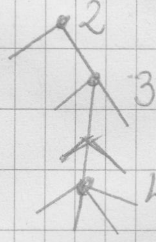


$r \to l_4 = 2$
$r \to l_2 = 3$
$r \to l_1 = 1$

Височина на дървото D(V,E) се нарича максималния от височините на върховете

Разклоненост на върха v се нарича броят на наследниците на v

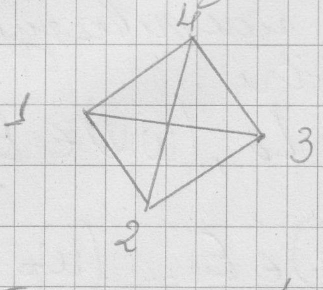
Разклоненост на дървото D(V,E) е максималното на разклоненостите на върх от дърво



височина - 4
макс - 4

Деф Покриващо дърво

Нека G(V,E) е граф. Покриващо дърво за графа G се нарича дърво D(V,E') за което $E' \subseteq E$



Покриващо дърво -
{4,1,3,2}, {1,2,4,3}
{4,1,2,3} ___

Тв. Един граф G(V,E) има покриващо дърво $\Leftrightarrow$ G е свързан

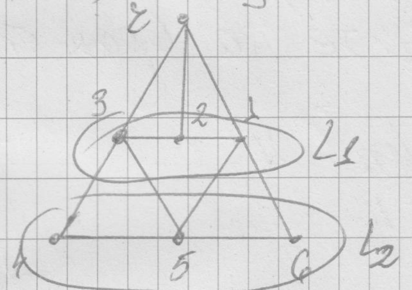
Обхождане на графи

I Обхождане в ширина

Схема

$G(V\,E)$ - свързан граф
r - корен на покриващото дърво

1) $L_0 = \{r\}$
2) Проверяваме $L_0 \cup L_1 \ldots \cup L_e = V$
Ако да то обхождането в ширина е завършено
Ако не : $l = l+1$ и $V_{e+1} = \{w \mid \exists\, v \in V_{e+1}$ и $(u\,w) \in E\}$. Премини към 2



Алгоритъм за построяване на покриващо дърво в ширина $D(V,E)$

1) $V_0 = \{r\}$, $D_0(V_0, \emptyset)$, $V_0 = L_0$, $l = 0$
2) Проверяваме дали $V = L_0 \cup L_1 \ldots \cup L_e$
a) Ако да то $D(V_e, E_e)$ е покриващо дърво в ширина. Стоп
б) Ако не то $L_{e+1} = \{w \mid \exists v \in L_e, (w\,v) \in E\}$
$V_{e+1} = V_e \cup L_{e+1}$
$L_{e+1} = \{w_1 \ldots w_p\}$ и $(w_1, v_1) \in E \ldots (w_p, v_p) \in E$
$E_{e+1} = E_e \cup \{(w_i\, v_i) \mid i = 1 \ldots p\}$
$D_{e+1}(V_{e+1}\; E_{e+1})$ $l = l+1$. Премини към 2

Обхождане в дълбочина
r - корен, t - текущ връх
$p(v)$ - предшественик на v
Схема

$G(V, E)$ – свързан граф

1) r - корен, $p(V)$ - неопределен, $t = r$

2) Проверяваме дали съществува съседен връх v на текущият t

а) Ако съществува такъв връх v то $p(v) = t$, $t = v$ (стъпка напред) Премини към 2

б) Ако не съществува такъв връх v то Проверяваме дали $t = r$

б.1) Ако да то обхождането в дълбочина е завършено - Стоп

б.2) Ако не то $t := p(t)$ (стъпка назад)

12