ДМ Дичев 26.05.14

$M (K, \Sigma i, \Delta, s, F)$

$K = \{q_1 - q_n\}$ и $s = q_1$, $R(i\,j\,k) = \{\omega \mid (q_i, \omega) \vdash^{k*}_{M} (q_j, \varepsilon),$
$k = 0 \div n$, $j = 1 \div n\}$

$R(i\,j\,0) = \{a \mid a \in \Sigma i \cup \{\varepsilon\}; (q_i\, a\, q_j) \in \Delta\} \subseteq \Sigma i \cup \{\varepsilon\}$ - регул. език

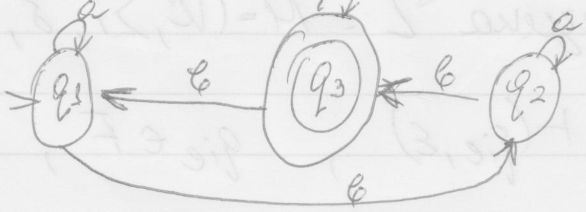
$$L(M) = \bigcup_{q_j \in F} R(1, j, n)$$

С индукция относно k ще докажем че $R(i\,j\,k)$ е регулярен език

Нека $R(i\,j\,0)$ - регулярен. Допускаме че $R(i, j, k-1)$ е регулярен за всяко $k \geq 1$

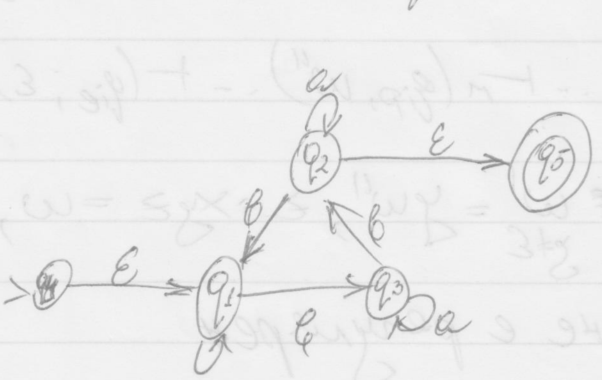
$R(i\,j\,k) = R(i\,j\,k-1) \cup R(i, k, k-1) R(k, k, k-1)^* R(k, j, k-1)$
регулярен език

$(q_i\, \omega) \vdash^{k} \underbrace{\ldots}_{<k} \vdash^{k} (q_k, \omega') \underbrace{\ldots}_{<k} \vdash (q_k \omega'') \ldots \vdash (q_j\, \varepsilon)$



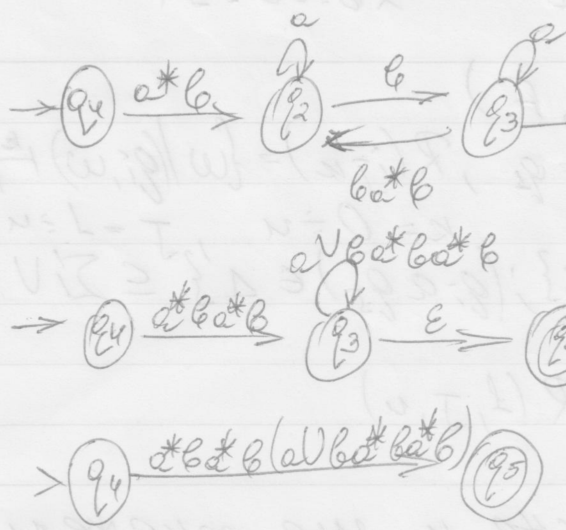
условие (1) $F = \{f\}$

за удобства (2) Ако $(q\, a\, p) \in \Delta$ то $q \neq f$, $p \neq s$
(3) $q_{n-1} = s$, $q_n = f$



$R(q_3\, q_1\, 0) = \{b\}$
$R(q_3\, q_3\, 0) = \{a\}$

1



Лема за разрастването. Нерегулярни езици

Th (Лема за разрастването)
Нека L е регулярен език. Тогава $\exists\, n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ т.ч. за $\forall\, w \in L$ т.ч. $|w| \geq n$, $\exists$-т думи x, y, z т.ч. $w = xyz$ като $y \neq \varepsilon$, $|xy| \leq n$ и за $\forall\, i \in \mathbb{N}$
$xy^iz \in L$

Док
Нека M е краен детерминиран автомат който разпознава езика L. $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$, $n = |K|$

$(q_0, w) \vdash (q_{i1}, w') \dots \vdash (q_{il}, \varepsilon)$, $q_{il} \in F$, $|w| = l \geq n$

$l+1$ състояния които са $\geq n$. $\exists$-т q_{is} и q_{ip}:
$q_{is} = q_{ip}$, $1 \leq s < p \leq l$, s е най-малкото с тези св-ва

$(q_0, w) \vdash_M \dots \vdash_M (q_{is}, w') \vdash_M \dots \vdash_M (q_{ip}, w'') \dots \vdash (q_{il}, \varepsilon)$

$x: w = xw'$, $y: \underset{y \neq \varepsilon}{w'} = yw''$, $z: xyz = w$, $|xy| \leq n$

$L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ - не е регулярен a, b – две различни букви

Допускаме че L е регулярен. $\exists\, n \geq 1$ от ТИ (и фиксирано)

$w = a^n b^n$, $w = xyz$, $|xy| \leq n$, $y = a^k$, $k > 0$

$w = xy^0z = a^{n-k} b^n \in L \Rightarrow$ ↯

Минимизация на състоянията

махаме q_5 и q_6 защото са недостижими т.е. няма пряка връзка с тях от никъде

Деф Нека L е произволен език в Σ^*. Казваме че $x \approx_L y$ (x еквивалентно на y относно L) (x, y – думи в Σ^*) $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ за всяка дума $z \in \Sigma^*$ е изпълнена еквивалентността (*) $xz \in L \Leftrightarrow yz \in L$

1) $\approx_L$ е релация на еквивалентност

а) $x \approx_L x$

б) Ако $x \approx_L y$, то $y \approx_L x$

в) Нека $x \approx_L y$ и $y \approx_L u$. За всяко z, $xz \in L \Leftrightarrow yz \in L \Leftrightarrow uz \in L$ т.е. $x \approx_L u$

Нека $L(ab \cup ba)^*$

$[\varepsilon] = L$

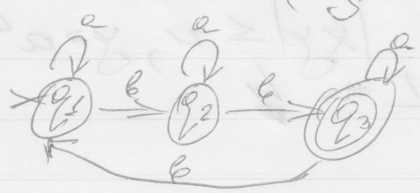
$[a] = La$

$[b] = Lb$

$[aa] = [bb]$

4 класа на еквивалентност

Деф Нека $M=(K,\Sigma,\delta,s,F)$ е краен детерминиран автомат. Казваме че $x \sim_M y \iff \exists q \in K: (s,x) \vdash_M^* (q,\varepsilon)$ и $(s,y) \vdash_M^* (q,\varepsilon)$



$E_q = \{w \mid (s,w) \vdash_M^* (q,\varepsilon)\}$

$E_{q_1} = a^*ba^*ba^*$

Тв. Нека $M=(K,\Sigma,\delta,s,F)$ е краен детерминиран автомат. Тогава ако $x \sim_M y$, то $x \approx_{L(M)} y$

Док Нека $x \sim_M y$. ? $x \approx_{L(M)} y$

За $\forall z: xz \in L(M) \iff yz \in L(M)$

!!! $(s\,x) \vdash_M^* (q\,\varepsilon)$ $(s\,y) \vdash_M^* (q\,\varepsilon)$

Ако $xz \in L(M) \Rightarrow (s\,xz) \vdash_M^* (q\,z) \vdash_M^* (f,\varepsilon),\ f \in F$

Ако $yz \in L(M) \Rightarrow (s\,yz) \vdash_M^* (q\,z) \vdash_M^* (f,\varepsilon),\ f \in F$

Th (Клини - Нероуд)

Нека L е регулярен език. Тогава съществува детерминиран автомат, който разпознава езика L с точно толкова състояния, колкото са класовете на еквивалентност относно $\approx_L$