

Мисиион 11191

Контролна работа № 1, Вариант 1 Математика

Задача 1. Ако $l_{k,n}(x)$, $k = 0, 1, \dots, n$, са базисните лагранжеви полиноми, съответни на възлите $x_0, \dots, x_n$, то да се докаже, че $\sum_{k=0}^n l_{k,n}(x) = 1$ за всяко x .

Задача 2. Нека $f(x) = \int \arctan(t) dt$. Да се намери полинома $P(x)$ за който $P(0) = f(0)$, $P'(0) = f'(0)$, $P''(0) = f''(0)$ и $P(1) = 0.439 \approx f(1)$. Да се оцени грешката на приближение в интервала $[0,1]$.

Контролна работа № 1, Вариант 2

Задача 1. Нека $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ и $\omega(x) = (x - x_0) \dots (x - x_n)$. Да се докаже, че:

$$\sum_{k=0}^n \frac{x_k'}{\omega'(x_k)} = \begin{cases} 0, & i = 0, \dots, n-1; \\ 1, & i = n. \end{cases}$$

Задача 2. Да се намери интерполационния полином на Нютон за $f(x) = \sin(\pi x/2)$ в точките $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 2$ и да се оцени грешката в интервала $[-1,1]$.

Контролна работа № 1, Вариант 3

Задача 1. За $n \geq 1$ да се докаже тъждеството:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (x+k)^n = (-1)^n n!.$$

Задача 2. Да се намери полинома на Ермит, интерполиращ таблицата:

x_i	0	1	3
$f(x_i)$	1	-9	-23
$f'(x_i)$	*	*	37
$f''(x_i)$	*	*	84

Контролна работа № 1, Вариант 4

Задача 1. Да се намери сумата: $S_n = \sum_{k=1}^n k(k-1)^2$.

Задача 2. Да се намери полинома на Ермит, интерполиращ таблицата:

x_i	-1	0	2
$f(x_i)$	-1	-1	5
$f'(x_i)$	-7	3	*
$f''(x_i)$	24	*	*