

Вариант А

Задача 1. Докажете, че съществува функция $U(x, y)$ с диференциал

$$dU = \frac{x}{y\sqrt{x^2 + y^2}} dx - \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + y^2}}{y^2\sqrt{x^2 + y^2}} dy$$

Намерете $U(x, y)$. Коя е дефиниционната ѝ област?

Задача 2. Пресметнете лицето на фигурата, заградена от кривата астроида:

$$\Gamma : \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \\ t \in [0, 2\pi] \end{cases}$$

Задача 3. Пресметнете $\int_{\gamma} \sqrt{x^2 + y^2} ds$, където $\gamma : x^2 + y^2 = 4x$.

Вариант А

Задача 1. Пресметнете $\iint_{\Pi} \frac{dS}{(1+x+z)^3}$, където Π е частта от равнината $x+y+z=1$, определена от условията $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.

Задача 2. Пресметнете $\iint_{\Pi} yz^2 dx dz$, където Π е външната страна на цилиндричната повърхност

$$\Pi : \begin{cases} z^2 + y^2 = 1 \\ y \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$