Вариант А

Задача 1. Докажете, че съществува функция $U(x,y)$ с диференциал

$$dU = \frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}}\,dx - \frac{x^2+\sqrt{x^2+y^2}}{y^2\sqrt{x^2+y^2}}\,dy$$

. Намерете $U(x,y)$. Коя е дефиниционната ѝ област?

Задача 2. Пресметнете лицето на фигурата, заградена от кривата астроида: $\Gamma : \begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \\ t \in [0, 2\pi] \end{cases}$

Задача 3. Пресметнете $\int\limits_{\gamma} \sqrt{x^2+y^2}\,ds$, където $\gamma : x^2+y^2 = 4x$.

Вариант Б

Задача 1. Докажете, че съществува функция $U(x,y)$ с диференциал

$$dU = \left(\frac{x-2y}{(y-x)^2} + x + 1\right) dx + \left(\frac{y}{(y-x)^2} - y^2 - 3\right) dy.$$

Намерете $U(x,y)$. Коя е дефиниционната ѝ област?

Задача 2. Пресметнете лицето на фигурата, заградена от кривата кардиоида: $\Gamma : \begin{cases} x = a(2\cos t - \cos 2t) \\ y = a(2\sin t - \sin 2t) \\ t \in [0, 2\pi] \end{cases}$

Задача 3. Пресметнете $\int\limits_{\gamma} \sqrt{x^2+y^2}\,ds$, където $\gamma : x^2+y^2 = -2y$.

Контролна работа № 1, Вариант 2

Задача 1. Нека $x_0 < x_1 < \ldots < x_n$ и $\omega(x) = (x-x_0)\ldots(x-x_n)$. Да се докаже, че:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{x_k^i}{\omega'(x_k)} = \begin{cases} 0, & i = 0,\ldots,n-1; \\ 1, & i = n. \end{cases}$$

Задача 2. Да се намери интерполационния полином на Нютон за $f(x) = \sin(\pi x/2)$ в точките $x_0 = -2,\ x_1 = -1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1,\ x_4 = 2$ и да се оцени грешката в интервала $[-1,1]$.