

Домашна работа No 1

Задача 1. Да се намери приближено стойността на $f(x) = e^x$ за $x = 0.15$, като се построи полиномът, интерполиращ $f(x)$ в точките 0, 0.1, 0.2, 0.3. Интерполационните възли да се вземат от автоматично генериран по подходящ начин списък. Да се илюстрира графично, като се построят графиките на $f(x)$ и интерполационния полином в една координатна система в интервала на интерполация.

Задача 2. Постройте графиките на функциите

$$\tau_0(x) = \frac{\sin \frac{x-2}{2} \sin \frac{x-3}{2} \sin \frac{x-4}{2}}{\sin \frac{1-2}{2} \sin \frac{1-3}{2} \sin \frac{1-4}{2}}$$
$$\tau_1(x) = \frac{\sin \frac{x-1}{2} \sin \frac{x-3}{2} \sin \frac{x-4}{2}}{\sin \frac{2-1}{2} \sin \frac{2-3}{2} \sin \frac{2-4}{2}}$$

Използвайки интерполационен базис, образуван от функции, аналогични на дадените, намерете функцията, която интерполира таблицата

x	1	2	3	4
y	2	12	6	7

Илюстрирайте графично, като постройте графиката на функцията и точките в една координатна система.

Задача 3. Да се напише в Mathematica функция $sum[a_ , n_]$, която пресмята итеративно (без да използва вградените в Mathematica функции за сума и произведение) сумата

$$\sum_{i=1}^n \frac{i!}{(a+1)(a+2)\dots(a+i)}.$$

Задача 4. Като се използва интерполационната формула на Лагранж, да се опрости изразът

$$-\frac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3) + x(x-2)(x-3) - \frac{3}{2}x(x-1)(x-3) + \frac{2}{3}x(x-1)(x-2).$$

Задача 5. Да се докаже, че

$$\sum_{k=0}^n (x - x_k)^{n+1} l_k(x) = (-1)^n \omega(x),$$

където $\omega(x) = (x - x_0) \dots (x - x_n)$.