Задание за домашна работа по ДИС II част за студентите от I курс, група 1, на специалност „Математика“.
Тема - Функции на повече променливи.

Задача 1. Да се намерят $\mathrm{int}M, \mathrm{ext}M, \partial M$, ако
а) $M = [-2,0) \cup \{1\} \cup [2,3] \cup (5,\infty)$
б) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 - 4y^2 = 0\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 < 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \geq 4\}$
в) $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | y^2 - z^2 = 0\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + 3y^2 + 4z^2 < 1\}$
Задача 2. Да се намерят линиите и повърхнините на ниво c за функциите
а) $f(x,y) = \max\{-x, y\}$
б) $f(x,y,z) = x^2 - z^2$
Задача 3.
а) Да се намерят точките на прекъсване за функцията

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{y^2+z^2}, y^2+z^2 \neq 0 \\ 0, y^2+z^2 = 0 \end{cases}.$$

б) Да се намерят стойностите на $a \in \mathbb{R}$, при които функцията

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2+y^2}, (x,y) \neq (0,0) \\ a, (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

е непрекъсната по x, непрекъсната по кривата $y = x^2$, непрекъсната в $\mathbb{R}^2$.

Задача 4.
а) Пресметнете $\frac{\partial f}{\partial x}(-1,-4)$ и $\frac{\partial f}{\partial y}(-1,-4)$, ако $f(x,y) = \arcsin\sqrt{\frac{x}{y}}$
б) Пресметнете $\frac{\partial f}{\partial x}(2,1)$ и $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$, ако $f(x,y) = \sqrt{xy}$. Да се установи дали функцията f е диференцируема в $\mathbb{R}^2$.

в) Да се намерят частните производни от втори ред за функцията

$$f(x,y) = g\left(xy, \frac{y}{x}, x^2 - y^2\right),$$

където g е два пъти диференцируема фунцкия в $\mathbb{R}^3$.
Задача 5.
а) Да се намерят локалните екстремуми на функцията

$$f(x,y,z) = 3x^3 + y^2 + z^2 + 6xy - 2z + 1$$

б) Да се се намерят най-голямата и най-малка стойност на функцията $f : K \to \mathbb{R}$ зададена с

$$f(x,y) = y^2 - x^2,$$

където $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -2 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2\}$