Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека $f(x) = \mathbf{e}^{2x}\cos 3x$.

1.1. Намерете числата A_n и B_n така, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ да е изпълнено

$$f^{(n)}(x) = A_n \mathbf{e}^{2x} \cos(3x + B_n) .$$

1.2. Докажете, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ е изпълнено:

$$f^{(n+1)}(0) = 4 f^{(n)}(0) - 13 f^{(n-1)}(0) .$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x \to 3} \left(x + 79 - 27\sqrt[3]{x+24} \right)^{\frac{1}{1-\cos(x-3)}} .$$

3. Докажете, че:

3.1. $\sqrt[3]{x+24} - 3 < \dfrac{x-3}{3}$ за $3 < x$.

3.2. Редицата, определена чрез

$$a_1 = 10, \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n + 24} + \frac{1}{2^n}, \; n \in \mathbb{N},$$

е сходяща и намерете границата ѝ.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. Нека $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$ и $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \dfrac{1}{3}$.

1.1. Посочете поведението (граници, $+\infty$ и $-\infty$) на редиците (само резултат):

$$a_n - b_n, \; b_n - a_n, \; a_n b_n, \; \frac{a_n}{b_n}, \; \frac{b_n}{a_n}, \; |a_n|^{b_n}, \; |b_n|^{a_n} .$$

1.2. Обосновете (използувайки дефинициите) отговора си в случая на произведение.

2. Нека $f(x)$ е дефинирана в $(0, +\infty)$.

2.1-2. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

2.3. Докажете, че ако $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$, то съществува число a такова, че $f(x)$ е ограничена в $[a, +\infty)$.

3. Нека $f(x)$ е непрекъсната в $[0, +\infty)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$ и $f(0) > L$.

Докажете, че:

3.1. $f(x)$ е ограничена отдолу в $[0, b]$ (изложете доказателството на тази част от теоремата на Вайерщрас);

3.2. $f(x)$ е ограничена в $[0, +\infty)$;

3.3. $f(x)$ има най-голяма стойност в $[0, +\infty)$;

4.

4.1. Формулирайте теоремите на Ферма и Рол.

4.2. Докажете теоремата на Рол.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Нека $f(x) = \mathbf{e}^{3x}\sin 2x$.

1.1. Намерете числата A_n и B_n така, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ да е изпълнено

$$f^{(n)}(x) = A_n \mathbf{e}^{3x} \sin(2x + B_n) .$$

1.2. Докажете, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ е изпълнено:

$$f^{(n+1)}(0) = 6 f^{(n)}(0) - 13 f^{(n-1)}(0) .$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x \to 2} \left(x + 23 - 12\sqrt[3]{x+6} \right)^{\frac{1}{1-\cos(x-2)}} .$$

3. Докажете, че:

3.1. $\sqrt[3]{x+6} - 2 < \dfrac{x-2}{3}$ за $2 < x$.

3.2. Редицата, определена чрез

$$a_1 = 20, \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n + 6} + \frac{1}{7^n}, \; n \in \mathbb{N},$$

е сходяща и намерете границата ѝ.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. Нека $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$ и $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -3$.

1.1. Посочете поведението (граници, $+\infty$ и $-\infty$) на редиците (само резултат):

$$a_n - b_n, \; b_n - a_n, \; a_n b_n, \; \frac{a_n}{b_n}, \; \frac{b_n}{a_n}, \; |a_n|^{b_n}, \; |b_n|^{a_n} .$$

1.2. Обосновете (използувайки дефинициите) отговора си в случая на произведение.

2. Нека $f(x)$ е дефинирана в $(0, +\infty)$.

2.1-2. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

2.3. Докажете, че ако $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$, то съществува число a такова, че $f(x)$ е ограничена в $[a, +\infty)$.

3. Нека $f(x)$ е непрекъсната в $[0, +\infty)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$ и $f(0) < L$.

Докажете, че:

3.1. $f(x)$ е ограничена отгоре в $[0, b]$ (изложете доказателството на тази част от теоремата на Вайерщрас);

3.2. $f(x)$ е ограничена в $[0, +\infty)$;

3.3. $f(x)$ има най-малка стойност в $[0, +\infty)$;

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Рол и Лагранж (за средните стойности).

4.2. Докажете теоремата на Лагранж.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Нека $f(x) = \mathbf{e}^{3x} \sin 4x$.

1.1. Намерете числата A_n и B_n така, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ да е изпълнено

$$f^{(n)}(x) = A_n \mathbf{e}^{3x} \sin(4x + B_n) .$$

1.2. Докажете, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ е изпълнено:

$$f^{(n+1)}(0) = 6 f^{(n)}(0) - 25 f^{(n-1)}(0) .$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x \to -2} \left(x - 21 - 12\sqrt[3]{x-6} \right)^{\frac{1}{1 - \cos(x+2)}} .$$

3. Докажете, че:

3.1. $\sqrt[3]{x-6} + 2 > \dfrac{x+2}{3}$ за $x < -2$.

3.2. Редицата, определена чрез

$$a_1 = -30 , \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n - 6} - \frac{1}{5^n} , \; n \in \mathbb{N} ,$$

е сходяща и намерете границата ѝ.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. Нека $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$ и $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -3$.

1.1. Посочете поведението (граници, $+\infty$ и $-\infty$) на редиците (само резултат):

$$a_n - b_n , \; b_n - a_n , \; a_n b_n , \; \frac{a_n}{b_n} , \; \frac{b_n}{a_n} , \; |a_n|^{b_n} , \; |b_n|^{a_n} .$$

1.2. Обосновете (използувайки дефинициите) отговора си в случая на произведение.

2. Нека $f(x)$ е дефинирана в $(-\infty, 0)$.

2.1-2. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

2.3. Докажете, че ако $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$, то съществува число a такова, че $f(x)$ е ограничена в $(-\infty, a]$.

3. Нека $f(x)$ е непрекъсната в $(-\infty, 0]$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$ и $f(0) < L$.

Докажете, че:

3.1. $f(x)$ е ограничена отгоре в $[b, 0]$ (изложете доказателството на тази част от теоремата на Вайерщрас);

3.2. $f(x)$ е ограничена в $(-\infty, 0]$;

3.3. $f(x)$ има най-малка стойност в $(-\infty, 0]$;

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Рол и Коши (обобщена за средните стойности).

4.2. Докажете теоремата на Коши.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Нека $f(x) = \mathbf{e}^{4x} \cos 3x$.

1.1. Намерете числата A_n и B_n така, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ да е изпълнено

$$f^{(n)}(x) = A_n \mathbf{e}^{4x} \cos(3x + B_n) .$$

1.2. Докажете, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ е изпълнено:

$$f^{(n+1)}(0) = 8 f^{(n)}(0) - 25 f^{(n-1)}(0) .$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x \to -3} \left(x - 77 - 27\sqrt[3]{x-24} \right)^{\frac{1}{1 - \cos(x+3)}} .$$

3. Докажете, че:

3.1. $\sqrt[3]{x-24} + 3 > \dfrac{x+3}{3}$ за $x < -3$.

3.2. Редицата, определена чрез

$$a_1 = -40 , \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n - 24} - \frac{1}{4^n} , \; n \in \mathbb{N} ,$$

е сходяща и намерете границата ѝ.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
14.12.2002 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. Нека $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$ и $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \dfrac{1}{3}$.

1.1. Посочете поведението (граници, $+\infty$ и $-\infty$) на редиците (само резултат):

$$a_n - b_n , \; b_n - a_n , \; a_n b_n , \; \frac{a_n}{b_n} , \; \frac{b_n}{a_n} , \; |a_n|^{b_n} , \; |b_n|^{a_n} .$$

1.2. Обосновете (използувайки дефинициите) отговора си в случая на произведение.

2. Нека $f(x)$ е дефинирана в $(-\infty, 0)$.

2.1-2. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

2.3. Докажете, че ако $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$, то съществува число a такова, че $f(x)$ е ограничена в $(-\infty, a]$.

3. Нека $f(x)$ е непрекъсната в $(-\infty, 0]$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$ и $f(0) > L$.

Докажете, че:

3.1. $f(x)$ е ограничена отдолу в $[b, 0]$ (изложете доказателството на тази част от теоремата на Вайерщрас);

3.2. $f(x)$ е ограничена в $(-\infty, 0]$;

3.3. $f(x)$ има най-голяма стойност в $(-\infty, 0]$;

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Рол и Лагранж (за средните стойности).

4.2. Докажете теоремата на Лагранж.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
04.02.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Докажете, че редицата, определена чрез

$$a_1 = 0\,, \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n + 6}\,,\ n \in \mathbb{N}\,,$$

е сходяща и пресметнете границите:

$$\lim_{n\to\infty} a_n\,,\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1} - 2}{a_n - 2}\,,\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n - 2}\,.$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\,\to\,0} \frac{\left(1 - 4x^2\right)^x - 1}{x^3}\,.$$

3. Докажете, че:

а) ако $a > 0$, то за всяко $x < \dfrac{1}{a}$ е изпълнено:

$$\operatorname{arctg} \frac{x + a}{1 - a\,x} = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} a\,;$$

б) за всяко $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{2\,k^2} = \operatorname{arctg} \frac{n}{n+1}\,.$$

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
04.02.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. Нека $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$ и $|\,b_n| \le 10$. Посочете поведението (граници, $+\infty$ или $-\infty$) на редиците $b_n - a_n$ и $\dfrac{b_n}{a_n}$. Обосновете (използувайки дефинициите) отговорите си.

2. Нека $f(x)$ е дефинирана в $(0\,, +\infty)$. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$.
Докажете, че ако $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L < 0$, то съществува число a такова, че $f(x) < 0$ за всяко $x \in [a\,, +\infty)$.

3. Формулирайте теоремите на Вайерщрас и за междинните стойности.
Докажете теоремата на Вайерщрас.

4. Формулирайте теоремите на Ферма и Рол.
Ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има производна навсякъде в $\mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ докажете, че съществува $x_0 \in \mathbb{R}$, за което $f\,'(x_0) = 0$ и f има най-малка стойност в $\mathbb{R}$.

———————————————————————

———————————————————————

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
04.02.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Докажете, че редицата, определена чрез

$$a_1 = 0\,, \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{a_n - 6}\,,\ n \in \mathbb{N}\,,$$

е сходяща и пресметнете границите:

$$\lim_{n\to\infty} a_n\,,\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1} + 2}{a_n + 2}\,,\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n + 2}\,.$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\,\to\,0} \frac{\left(1 + 3x^2\right)^x - 1}{x^3}\,.$$

3. Докажете, че:

а) ако $a > 0$, то за всяко $x < \dfrac{1}{a}$ е изпълнено:

$$\operatorname{arctg} \frac{x + a}{1 - a\,x} = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} a\,;$$

б) за всяко $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{k^2 + k + 1} = \operatorname{arctg}\,(n+1)\,.$$

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
04.02.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. Нека $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$ и $|\,b_n| \le 10$. Посочете поведението (граници, $+\infty$ или $-\infty$) на редиците $b_n - a_n$ и $\dfrac{b_n}{a_n}$. Обосновете (използувайки дефинициите) отговорите си.

2. Нека $f(x)$ е дефинирана в $(-\infty\,, 0)$. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$.
Докажете, че ако $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L > 0$, то съществува число a такова, че $f(x) > 0$ за всяко $x \in (+\infty\,, a]$.

3. Формулирайте теоремите на Вайерщрас и за междинните стойности.
Докажете теоремата за междинните стойности.

4. Формулирайте теоремите на Ферма и Лагранж.
Ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има производна навсякъде в $\mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ докажете, че съществува $x_0 \in \mathbb{R}$, за което $f\,'(x_0) = 0$ и f има най-голяма стойност в $\mathbb{R}$.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Дадена е функцията

$$f(x) = \frac{x}{2} - \arcsin\frac{2x}{1+x^2}\ .$$

1.1. Да се изследва функцията и да се построи нейната графика.
1.2. Пресметнете за $|x| < 1$ неопределения интеграл $\int f(x)\,dx$.
1.3. Намерете в явен вид функцията $F(x)$, удовлетворяваща $F'(x) = f(x)$
за всяко $x \in \mathbb{R}$ и $F(0) = 0$.

2. Пресметнете неопределения интеграл:

$$\int \frac{2x+5}{\sqrt{(x^2+4x+5)^3}}\,dx\ .$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е вдлъбната в $\mathbb{R}$ за случаите:
а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е вдлъбната в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to -\infty$. Докажете, че $f(x) \le kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите $\sin x$ и $\sqrt{1+x}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за интегриране по части за определени интеграли.

4. Формулирайте и докажете втората теорема за средните стойности при определени интеграли.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Дадена е функцията

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arcsin\frac{2x}{1+x^2}\ .$$

1.1. Да се изследва функцията и да се построи нейната графика.
1.2. Пресметнете за $x < -1$ неопределения интеграл $\int f(x)\,dx$.
1.3. Намерете в явен вид функцията $F(x)$, удовлетворяваща $F'(x) = f(x)$
за всяко $x \in \mathbb{R}$ и $F(0) = 0$.

2. Пресметнете неопределения интеграл:

$$\int \frac{6x+3}{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}\,dx\ .$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е изпъкнала в $\mathbb{R}$ за случаите:
а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е изпъкнала в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to -\infty$. Докажете, че $f(x) \ge kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите $\cos x$ и $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за смяна на променливите при определени интеграли.

4. Формулирайте и докажете първата теорема за средните стойности при определени интеграли.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Дадена е функцията

$$f(x) = \frac{x}{2} - \arccos\frac{2x}{1+x^2}\,.$$

1.1. Да се изследва функцията и да се построи нейната графика.
1.2. Пресметнете за $x > 1$ неопределения интеграл $\int f(x)\,dx$.
1.3. Намерете в явен вид функцията $F(x)$, удовлетворяваща $F'(x) = f(x)$ за всяко $x \in \mathbb{R}$ и $F(0) = 0$.

2. Пресметнете неопределения интеграл:

$$\int \frac{x-7}{\sqrt{(x^2-4x+5)^3}}\,dx\,.$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е вдлъбната в $\mathbb{R}$ за случаите:
а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е вдлъбната в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to +\infty$. Докажете, че $f(x) \leq kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите e^x и $\frac{1}{(1+x)^3}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за интегриране по части за определени интеграли.

4. Формулирайте и докажете втората теорема за средните стойности при определени интеграли.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Дадена е функцията

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arccos\frac{2x}{1+x^2}\,.$$

1.1. Да се изследва функцията и да се построи нейната графика.
1.2. Пресметнете за $|x| < 1$ неопределения интеграл $\int f(x)\,dx$.
1.3. Намерете в явен вид функцията $F(x)$, удовлетворяваща $F'(x) = f(x)$ за всяко $x \in \mathbb{R}$ и $F(0) = 0$.

2. Пресметнете неопределения интеграл:

$$\int \frac{4x-7}{\sqrt{(x^2-2x+2)^3}}\,dx\,.$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е изпъкнала в $\mathbb{R}$ за случаите:
а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е изпъкнала в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to +\infty$. Докажете, че $f(x) \geq kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите e^{-x} и $\frac{1}{(1+x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за смяна на променливите при определени интеграли.

4. Формулирайте и докажете първата теорема за средните стойности при определени интеграли.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е вдлъбната в $\mathbb{R}$ за случаите: а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е вдлъбната в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to -\infty$. Докажете, че $f(x) \leq kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за интегриране по части за определени интеграли.

3. Формулирайте и докажете втората теорема за средните стойности при определени интеграли.

4. Посочете (с кратка обосновка) кои от интегралите са сходящи и кои разходящи:

$$1)\ \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(1-x)}} \quad 2)\ \int_1^2 \frac{\ln^6(2-x)dx}{\sqrt[4]{(2-x)^3}}$$

$$3)\ \int_2^{+\infty} \frac{\ln^6 x\, dx}{\sqrt[4]{x^3}} \quad 4)\ \int_2^{+\infty} \frac{\ln^6 x\, dx}{x} \quad 5)\ \int_1^{+\infty} \frac{\ln^6 x\, dx}{x^2-1}$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е вдлъбната в $\mathbb{R}$ за случаите: а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е вдлъбната в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to +\infty$. Докажете, че $f(x) \leq kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за интегриране по части за определени интеграли.

3. Формулирайте и докажете втората теорема за средните стойности при определени интеграли.

4. Посочете (с кратка обосновка) кои от интегралите са сходящи и кои разходящи:

$$1)\ \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x(1-x)^2}} \quad 2)\ \int_1^3 \frac{\ln^4(3-x)dx}{\sqrt[3]{(3-x)^4}}$$

$$3)\ \int_2^{+\infty} \frac{\ln^4 x\, dx}{\sqrt[3]{x^4}} \quad 4)\ \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\ln^2 x} \quad 5)\ \int_0^1 \frac{\ln^3 x\, dx}{(x^2-1)^3}$$

———————————————————————

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е изпъкнала в $\mathbb{R}$ за случаите: а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е изпъкнала в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to -\infty$. Докажете, че $f(x) \geq kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за смяна на променливите при определени интеграли.

3. Формулирайте и докажете първата теорема за средните стойности при определени интеграли.

4. Посочете (с кратка обосновка) кои от интегралите са сходящи и кои разходящи:

$$1)\ \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4(2-x)}} \quad 2)\ \int_1^4 \frac{\ln^2(4-x)dx}{\sqrt[5]{(4-x)^3}}$$

$$3)\ \int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x\, dx}{\sqrt[5]{x^3}} \quad 4)\ \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\ln x} \quad 5)\ \int_1^{+\infty} \frac{\ln x\, dx}{(x^2-1)^2}$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е изпъкнала в $\mathbb{R}$ за случаите: а) f има навсякъде първа производна;
б) f има навсякъде втора производна.
1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е изпъкнала в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to +\infty$. Докажете, че $f(x) \geq kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за смяна на променливите при определени интеграли.

3. Формулирайте и докажете първата теорема за средните стойности при определени интеграли.

4. Посочете (с кратка обосновка) кои от интегралите са сходящи и кои разходящи:

$$1)\ \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x(2-x)^4}} \quad 2)\ \int_1^4 \frac{\ln^2(4-x)dx}{\sqrt[3]{(4-x)^5}}$$

$$3)\ \int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x\, dx}{\sqrt[3]{x^5}} \quad 4)\ \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\ln^5 x} \quad 5)\ \int_0^1 \frac{\ln x\, dx}{(x^2-1)^2}$$

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е вдлъбната в $\mathbb{R}$ за случаите:

а) f има навсякъде първа производна;

б) f има навсякъде втора производна.

1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е вдлъбната в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to -\infty$. Докажете, че $f(x) \le kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите $\sin x$ и $\sqrt{1+x}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте и докажете теорема на Лайбниц-Нютон.

4. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за интегриране по части за определени интеграли.

———————————————————————

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е изпъкнала в $\mathbb{R}$ за случаите:

а) f има навсякъде първа производна;

б) f има навсякъде втора производна.

1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е изпъкнала в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to -\infty$. Докажете, че $f(x) \ge kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите $\cos x$ и $\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за смяна на променливите при определени интеграли.

4. Формулирайте и докажете теоремата за средните стойности при определени интеграли.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е вдлъбната в $\mathbb{R}$ за случаите:

а) f има навсякъде първа производна;

б) f има навсякъде втора производна.

1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е вдлъбната в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to +\infty$. Докажете, че $f(x) \le kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите e^x и $\dfrac{1}{(1+x)^3}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте и докажете теорема на Лайбниц-Нютон.

4. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за интегриране по части за определени интеграли.

———————————————————————

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
05.02.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия функцията $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ да е изпъкнала в $\mathbb{R}$ за случаите:

а) f има навсякъде първа производна;

б) f има навсякъде втора производна.

1.2. Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ е изпъкнала в $\mathbb{R}$, има навсякъде втора производна и правата с уравнение $y = kx + b$ е асимтота към графиката ѝ при $x \to +\infty$. Докажете, че $f(x) \ge kx + b$ за всяко $x \in \mathbb{R}$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 0 за функциите e^{-x} и $\dfrac{1}{(1+x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. Формулирайте условия, при които е валидна, и докажете формулата за смяна на променливите при определени интеграли.

4. Формулирайте и докажете теоремата за средните стойности при определени интеграли.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 + 2x - 2y^2 = 0$ и правата $y = x + 2$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 5^n \sqrt[5]{\frac{(2n-1)\,!!}{(2n)\,!!}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + 2x^{3p}\right)}{(x + x^2)^{4p}\, \operatorname{arctg} \sqrt{x}}\, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Коши.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на редица от функции.

2.2. Формулирайте и докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост и докажете тяхната достатъчност.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 + 4x - 2y^2 = 0$ и правата $y = x + 4$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \sqrt[3]{\frac{(2n)\,!!}{(2n+1)\,!!}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + 3x^{2p}\right)}{(x + x^2)^{3p}\, \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}}\, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Даламбер.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на ред от функции.

2.2. Формулирайте и докажете критерия на Вайерщрас за равномерна сходимост редове от функции.

3.

3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за равенство на смесените втори частни производни и докажете тяхната достатъчност.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 - 4x - 2y^2 = 0$ и правата $y = 4 - x$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \sqrt[4]{\frac{(n\,!)^2}{(2n+1)\,!}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1+2x^3\right)}{(x+x^2)^p\,\left(\operatorname{arctg}\sqrt{x}\right)^{4p}}\, dx \quad .$$

———————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Коши.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на редица от функции.

2.2. Формулирайте и докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост и докажете тяхната достатъчност.

———————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 - 6x - 2y^2 = 0$ и правата $y = 6 - x$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sqrt[4]{\frac{(2n-1)\,!}{(n\,!)^2}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1+3x^2\right)}{(x+x^2)^{2p}\,\left(\operatorname{arctg}\sqrt[3]{x}\right)^{5p}}\, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Даламбер.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на ред от функции.

2.2. Формулирайте и докажете критерия на Вайерщрас за равномерна сходимост редове от функции.

3.

3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за равенство на смесените втори частни производни и докажете тяхната достатъчност.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 + 2x - 2y^2 = 0$ и правата $y = x + 2$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 5^n \sqrt[5]{\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + 2x^{3p}\right)}{\left(x + x^2\right)^{4p} \operatorname{arctg} \sqrt{x}}\, dx \quad .$$

———————————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Коши.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на редица от функции.

2.2. Формулирайте и докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост и докажете тяхната достатъчност.

———————————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 + 4x - 2y^2 = 0$ и правата $y = x + 4$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \sqrt[3]{\frac{(2n)!!}{(2n+1)!!}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + 3x^{2p}\right)}{\left(x + x^2\right)^{3p} \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}}\, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Даламбер.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на ред от функции.

2.2. Формулирайте и докажете критерия на Вайерщрас за равномерна сходимост редове от функции.

3.

3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте и докажете формулата за частни производни на съставна функция (верижно правило).

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 - 4x - 2y^2 = 0$ и правата $y = 4 - x$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \sqrt[4]{\frac{(n\,!)^2}{(2n+1)\,!}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1+2x^3\right)}{(x+x^2)^p\,\left(\operatorname{arctg}\sqrt{x}\right)^{4p}}\,dx \quad .$$

———————————————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Коши.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на редица от функции.

2.2. Формулирайте и докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост и докажете тяхната достатъчност.

———————————————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Пресметнете лицето на частта от равнината, ограничена от хиперболата $x^2 - 6x - 2y^2 = 0$ и правата $y = 6 - x$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sqrt[4]{\frac{(2n-1)\,!}{(n\,!)^2}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1+3x^2\right)}{(x+x^2)^{2p}\,\left(\operatorname{arctg}\sqrt[3]{x}\right)^{5p}}\,dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
18.04.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Даламбер.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на ред от функции.

2.2. Формулирайте и докажете критерия на Вайерщрас за равномерна сходимост редове от функции.

3.

3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание по-вече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте и докажете формулата за частни производни на съставна функция (верижно правило).

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
23.06.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Намерете лицето и периметъра на фигурата ограничена от параболата $y = x^2$ и правата $y = x + 6$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\,5^n} \sqrt{\binom{3n+1}{n+1}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + \sqrt[3]{x} + 2x^{3p}\right) \arcsin \sqrt{\dfrac{x}{x+1}}}{x^{4p} + x^3}\, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
23.06.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Коши.

2.

2.1. Дайте дефиниция за равномерна сходимост на редица от функции.

2.2. Формулирайте и докажете теоремата за диференцируемост на граничната функция.

3.

3.1. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален максимум.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи и докажете тяхната достатъчност.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
23.06.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Намерете лицето и периметъра на фигурата ограничена от параболата $y = x^2$ и правата $y = -x + 6$.

2. Намерете радиуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\,4^n} \sqrt{\binom{3n+2}{2n+1}}\; x^n \quad .$$

Изследвайте дадения ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(1 + \sqrt{x} + 3x^{2p}\right) \arcsin \sqrt[3]{\dfrac{x}{x+2}}}{x^{3p} + x^2}\, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
23.06.2003 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Докажете критерия на Даламбер.

2.

2.1. Формулирайте критерия на Вайерщрас за равномерна сходимост на редове от функции.

2.2. Формулирайте и докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален минимум.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за равенство на смесените втори частни производни и докажете тяхната достатъчност.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. За функцията $f(x,y) = x^2\,e^{-x^2-3x-4\,y^2}$ намерете:

1.1. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в множеството $D:\ x^2+4\,y^2\le 5$.

1.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

1.3. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в $\mathbb{R}^2$.

2. Намерете лицето на частта от равнината, зададена с неравенството:

$$x^2+(y-2)^2\ \le 4-\ 2\sqrt{2\,(x^2+y^2)}\ .$$

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

1.3. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0\le x\le 1$, $0\le y\le 1$ като за всяко $x\in[0,1]$ функцията $\varphi_x(y)=f(x,y)$ на y е намаляваща и за всяко $y\in[0,1]$ функцията $\tau_y(x)=f(x,y)$ на x също е намаляваща. Докажете, че

а) $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

б) $$\int\limits_0^1\left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dy\right)dx\ =\ \int\limits_0^1\left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dx\right)dy\ .$$

2. 2.1. Дайте дефиниция за криволинеен интеграл от I-ви род и напишете формулата за пресмятането му чрез Риманов интеграл.

2.2. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.3. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x=-2$, $y=-2$ и $x+y=0$.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. За функцията $f(x,y) = x^2\,e^{-3\,x^2-x-4\,y^2}$ намерете:

1.1. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в множеството $D:\ 3\,x^2+4\,y^2\le 6$.

1.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

1.3. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в $\mathbb{R}^2$.

2. Намерете лицето на частта от равнината, зададена с неравенството:

$$x^2+(y-2)^2\ \le 4-\ 2\sqrt{3\,(x^2+y^2)}\ .$$

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

1.3. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0\le x\le 1$, $0\le y\le 1$ като за всяко $x\in[0,1]$ функцията $\varphi_x(y)=f(x,y)$ на y е растяща, а за всяко $y\in[0,1]$ функцията $\tau_y(x)=f(x,y)$ на x е намаляваща. Докажете, че

а) $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

б) $$\int\limits_0^1\left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dy\right)dx\ =\ \int\limits_0^1\left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dx\right)dy\ .$$

2. 2.1. Дайте дефиниция за криволинеен интеграл от II-ри род и напишете формулата за пресмятането му чрез Риманов интеграл.

2.2. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.3. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x=2$, $y=-2$ и $x-y=0$.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. За функцията $f(x,y) = y^2\, e^{-4\,x^2+3y-y^2}$ намерете:

1.1. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в множеството $D:\ 4\,x^2 + y^2 \le 5$.

1.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

1.3. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в $\mathbb{R}^2$.

2. Намерете лицето на частта от равнината, зададена с неравенството:

$$x^2 + (y-3)^2 \le 9 - 3\sqrt{2\,(x^2+y^2)}\ .$$

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

1.3. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е намаляваща, а за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x е растяща. Докажете, че

а) $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

б) $\displaystyle \int\limits_0^1 \left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy\ .$

2. 2.1. Дайте дефиниция за криволинеен интеграл от I-ви род и напишете формулата за пресмятането му чрез Риманов интеграл.

2.2. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.3. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x = -2$, $y = 2$ и $x - y = 0$.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. За функцията $f(x,y) = y^2\, e^{-4\,x^2+y-3\,y^2}$ намерете:

1.1. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в множеството $D:\ 4\,x^2 + 3\,y^2 \le 6$.

1.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

1.3. Най-голямата и най-малката ѝ стойност в $\mathbb{R}^2$.

2. Намерете лицето на частта от равнината, зададена с неравенството:

$$x^2 + (y-3)^2 \le 9 - 3\sqrt{3\,(x^2+y^2)}\ .$$

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

1.3. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е растяща и за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x също е растяща. Докажете, че

а) $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

б) $\displaystyle \int\limits_0^1 \left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy\ .$

2. 2.1. Дайте дефиниция за криволинеен интеграл от II-ри род и напишете формулата за пресмятането му чрез Риманов интеграл.

2.2. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.3. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x = 2$, $y = 2$ и $x + y = 0$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е намаляваща и за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x също е намаляваща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x=-2$, $y=-2$ и $x+y=0$.

3. 3.1. Формулирайте достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

3.2. Проверете, че редът на Фурие на функцията

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\left|\,\left|x^2-7\right|-2\right|\right)$$

е равномерно сходящ.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е намаляваща, а за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x е растяща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x=-2$, $y=2$ и $x-y=0$.

3. 3.1. Формулирайте достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

3.2. Проверете, че редът на Фурие на функцията

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\left|\,\left|x^2-8\right|-1\right|\right)$$

е равномерно сходящ.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е растяща, а за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x е намаляваща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x=2$, $y=-2$ и $x-y=0$.

3. 3.1. Формулирайте достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

3.2. Проверете, че редът на Фурие на функцията

$$f(x) = \operatorname{arcctg}\left(\left|\,\left|x^2-5\right|-4\right|\right)$$

е равномерно сходящ.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е растяща и за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x също е растяща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x=2$, $y=2$ и $x+y=0$.

3. 3.1. Формулирайте достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

3.2. Проверете, че редът на Фурие на функцията

$$f(x) = \operatorname{arcctg}\left(\left|\,\left|x^2-6\right|-3\right|\right)$$

е равномерно сходящ.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е намаляваща и за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x също е намаляваща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x = -2$, $y = -2$ и $x + y = 0$.

2.3. Проверете, че стойността на интеграла

$$\int_C e^{x^2-y^2} \cos\,(2\,xy)\;dx \;+\; e^{x^2-y^2} \sin\,(2\,xy)\;dy$$

където C е частично гладка крива с начална точка $(0,0)$ и крайна точка (a,b) не зависи от кривата C.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е растяща, а за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x е намаляваща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x = 2$, $y = -2$ и $x - y = 0$.

2.3. Проверете, че стойността на интеграла

$$\int_C e^{x^2-y^2} \sin\,(2\,xy)\;dx \;-\; e^{x^2-y^2} \cos\,(2\,xy)\;dy$$

където C е частично гладка крива с начална точка $(0,0)$ и крайна точка (a,b) не зависи от кривата C.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е намаляваща, а за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x е растяща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x = -2$, $y = 2$ и $x - y = 0$.

2.3. Проверете, че стойността на интеграла

$$\int_C e^{x^2-y^2} \cos\,(2\,xy)\;dx \;+\; e^{x^2-y^2} \sin\,(2\,xy)\;dy$$

където C е частично гладка крива с начална точка $(0,0)$ и крайна точка (a,b) не зависи от кривата C.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
24.06.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

1.2. Функцията $f(x,y)$ е дефинирана в квадрата $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ като за всяко $x \in [0,1]$ функцията $\varphi_x(y) = f(x,y)$ на y е растяща и за всяко $y \in [0,1]$ функцията $\tau_y(x) = f(x,y)$ на x също е растяща. Докажете, че $f(x,y)$ е интегруема в дадения квадрат.

1.3. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен и с нейна помощ докажете, че

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) dx = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) dy$$

2. 2.1. Формулирайте теоремата на Грийн.

2.2. Докажете теоремата на Грийн за триъгълника със страни върху правите $x = 2$, $y = 2$ и $x + y = 0$.

2.3. Проверете, че стойността на интеграла

$$\int_C e^{x^2-y^2} \sin\,(2\,xy)\;dx \;-\; e^{x^2-y^2} \cos\,(2\,xy)\;dy$$

където C е частично гладка крива с начална точка $(0,0)$ и крайна точка (a,b) не зависи от кривата C.

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека $x \in [0,1]$. Докажете, че

$$6\,\arcsin x - \pi \ \geq\ 2\sqrt{3}\ (2x-1)\ .$$

2. Намерете локалните екстремуми на функцията

$$f(x) \ =\ \left|\,x^2-1\right|\, e^{|x|}\ .$$

3. Намерете асимптотите на функцията

$$g(x) \ =\ \frac{\sqrt[3]{x^6+8}\ + (x-2)\sqrt{x^2+x+1}}{x}\ .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \left(\frac{x}{x^2-3x+2}\right)^2 dx\ .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \sqrt[3]{x}\ \ln^2 x\, dx\ .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека $x \in [0,1]$. Докажете, че

$$6\,\arcsin x - \pi \ \geq\ 2\sqrt{3}\ (2x-1)\ .$$

2. Намерете локалните екстремуми на функцията

$$f(x) \ =\ \left|\,x^2-1\right|\, e^{|x|}\ .$$

3. Намерете асимптотите на функцията

$$g(x) \ =\ \frac{\sqrt[3]{x^6+8}\ + (x-2)\sqrt{x^2+x+1}}{x}\ .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \left(\frac{x}{x^2-3x+2}\right)^2 dx\ .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \sqrt[3]{x}\ \ln^2 x\, dx\ .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека $x \in [0,1]$. Докажете, че

$$6\,\arcsin x - \pi \ \geq\ 2\sqrt{3}\ (2x-1)\ .$$

2. Намерете локалните екстремуми на функцията

$$f(x) \ =\ \left|\,x^2-1\right|\, e^{|x|}\ .$$

3. Намерете асимптотите на функцията

$$g(x) \ =\ \frac{\sqrt[3]{x^6+8}\ + (x-2)\sqrt{x^2+x+1}}{x}\ .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \left(\frac{x}{x^2-3x+2}\right)^2 dx\ .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \sqrt[3]{x}\ \ln^2 x\, dx\ .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека $x \in [0,1]$. Докажете, че

$$6\,\arcsin x - \pi \ \geq\ 2\sqrt{3}\ (2x-1)\ .$$

2. Намерете локалните екстремуми на функцията

$$f(x) \ =\ \left|\,x^2-1\right|\, e^{|x|}\ .$$

3. Намерете асимптотите на функцията

$$g(x) \ =\ \frac{\sqrt[3]{x^6+8}\ + (x-2)\sqrt{x^2+x+1}}{x}\ .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \left(\frac{x}{x^2-3x+2}\right)^2 dx\ .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int \sqrt[3]{x}\ \ln^2 x\, dx\ .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$.

1.2. Начертайте примерна графика на функция, удовлетворяваща горното условие.

1.3. Докажете, че двете дефиниции са еквивалентни.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Формулирайте правилото за диференциране на съставна функция.

2.3. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на произведение на две функции.

3.

Формулирайте и докажете теоремата на Рол.

4.

Формулирайте и докажете теоремата за смяна на променливите за определен интеграл.

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$.

1.2. Начертайте примерна графика на функция, удовлетворяваща горното условие.

1.3. Докажете, че двете дефиниции са еквивалентни.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Формулирайте правилото за диференциране на съставна функция.

2.3. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на произведение на две функции.

3.

Формулирайте и докажете теоремата на Рол.

4.

Формулирайте и докажете теоремата за смяна на променливите за определен интеграл.

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$.

1.2. Начертайте примерна графика на функция, удовлетворяваща горното условие.

1.3. Докажете, че двете дефиниции са еквивалентни.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Формулирайте правилото за диференциране на съставна функция.

2.3. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на частно на две функции.

3.

Формулирайте и докажете теоремата за крайните нараствания (Лагранж).

4.

Формулирайте и докажете теоремата за интегриране по части в определения интеграл.

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
10.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Дайте две дефиниции (Хайне и Коши) за $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$.

1.2. Начертайте примерна графика на функция, удовлетворяваща горното условие.

1.3. Докажете, че двете дефиниции са еквивалентни.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Формулирайте правилото за диференциране на съставна функция.

2.3. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на частно на две функции.

3.

Формулирайте и докажете теоремата за крайните нараствания (Лагранж).

4.

Формулирайте и докажете теоремата за интегриране по части в определения интеграл.

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията $f(x) = (2x+3)\,\mathrm{arctg}\,x - \ln\left(1+x^2\right)$ и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Намерете локалните екстремуми на функцията $f(x,y) = \dfrac{2x+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

3. Пресметнете двойния интеграл

$$\iint\limits_D \frac{x^2\,y}{x^2+y^2+4}\,dx\,dy\ ,$$

където областта на интегриране D е зададена с неравенствата $x^2+y^2 \leq 9$ и $0 \leq y \leq x$.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенството:

$$\sqrt[3]{4y^2+z^2} + \sqrt[3]{x^2} \leq 1\ .$$

5. Да се развие в ред на фурие в интервала $[-\pi\,,\,\pi]$ функцията $f(x) = x^2\cos 4x$.

———————————————————

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията $f(x) = (2x+3)\,\mathrm{arctg}\,x - \ln\left(1+x^2\right)$ и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Намерете локалните екстремуми на функцията $f(x,y) = \dfrac{2x+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

3. Пресметнете двойния интеграл

$$\iint\limits_D \frac{x^2\,y}{x^2+y^2+4}\,dx\,dy\ ,$$

където областта на интегриране D е зададена с неравенствата $x^2+y^2 \leq 9$ и $0 \leq y \leq x$.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенството:

$$\sqrt[3]{4y^2+z^2} + \sqrt[3]{x^2} \leq 1\ .$$

5. Да се развие в ред на фурие в интервала $[-\pi\,,\,\pi]$ функцията $f(x) = x^2\cos 4x$.

———————————————————

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията $f(x) = (5-4x)\,\mathrm{arctg}\,x + 2\,\ln\left(1+x^2\right)$ и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Намерете локалните екстремуми на функцията $f(x,y) = \dfrac{3y+2}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

3. Пресметнете двойния интеграл

$$\iint\limits_D \frac{x\,y^2}{x^2+y^2+9}\,dx\,dy\ ,$$

където областта на интегриране D е зададена с неравенствата $x^2+y^2 \leq 4$ и $0 \leq x \leq y$.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенството:

$$\sqrt[3]{9x^2+z^2} + \sqrt[3]{y^2} \leq 1\ .$$

5. Да се развие в ред на Фурие в интервала $[-\pi\,,\,\pi]$ функцията $f(x) = x^2\sin 4x$.

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията $f(x) = (5-4x)\,\mathrm{arctg}\,x + 2\,\ln\left(1+x^2\right)$ и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Намерете локалните екстремуми на функцията $f(x,y) = \dfrac{3y+2}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

3. Пресметнете двойния интеграл

$$\iint\limits_D \frac{x\,y^2}{x^2+y^2+9}\,dx\,dy\ ,$$

където областта на интегриране D е зададена с неравенствата $x^2+y^2 \leq 4$ и $0 \leq x \leq y$.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенството:

$$\sqrt[3]{9x^2+z^2} + \sqrt[3]{y^2} \leq 1\ .$$

5. Да се развие в ред на Фурие в интервала $[-\pi\,,\,\pi]$ функцията $f(x) = x^2\sin 4x$.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

Формулирайте и докажете критерия на Лайбниц за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за частни производни на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

2.3. Формулирайте и докажете достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

3.2. Формулирайте и докажете теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

4.

Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

Формулирайте и докажете критерия на Лайбниц за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за частни производни на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

2.3. Формулирайте и докажете достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

3.2. Формулирайте и докажете теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

4.

Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

Формулирайте и докажете критерия на Лайбниц за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за частни производни на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

2.3. Формулирайте и докажете достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

3.2. Формулирайте и докажете теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

4.

Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
11.09.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

Формулирайте и докажете критерия на Лайбниц за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за частни производни на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

2.3. Формулирайте и докажете достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за интегруемост на дадена функция върху правоъгълник.

3.2. Формулирайте и докажете теоремата за представяне на двоен интеграл върху правоъгълник като повторен.

4.

Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека $f(x) = x - \dfrac{5+2x}{2} \ln\left(\dfrac{5+2x}{5}\right)$.

1.1. Докажете, че $-x^2 \le f(x) \le 0$ за всяко $x \in [-2\,,\,0]$.

1.2. Ако $a_0 = -\dfrac{1}{7}$, $a_{n+1} = f(a_n)$, $n \in \mathbb{N}$, докажете, че $-\left(\dfrac{1}{7}\right)^{2^n} \le a_n \le 0$ за всяко $n \in \mathbb{N}$.

1.3. Пресметнете границите $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{-a_n}$.

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{1-2\sin x} + \operatorname{tg} x\right)^{\frac{1}{\ln(1-x^2)}} .$$

3. Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $g(x) = \dfrac{e^{3x}}{3x^2-3x+1}$ в интервала $[0\,,\,2]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Нека $f(x) = x - \dfrac{7+2x}{2} \ln\left(\dfrac{7+2x}{7}\right)$.

1.1. Докажете, че $-x^2 \le f(x) \le 0$ за всяко $x \in [-3\,,\,0]$.

1.2. Ако $a_0 = -\dfrac{1}{5}$, $a_{n+1} = f(a_n)$, $n \in \mathbb{N}$, докажете, че $-\left(\dfrac{1}{5}\right)^{2^n} \le a_n \le 0$ за всяко $n \in \mathbb{N}$.

1.3. Пресметнете границите $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{-a_n}$.

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{1+2\ln(1-x)} + \operatorname{tg} x\right)^{\operatorname{cotg}^2 x} .$$

3. Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $g(x) = \dfrac{e^{2x}}{4x^2+10x+7}$ в интервала $[-2\,,\,0]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Дайте дефиниция на точка на сгъстяване на дадена редица.
1.2. Нека $a_n \ge 0$ за всяко $n \in \mathbb{N}$. Докажете, че:
а) ако редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е сходяща, то за границата ѝ a е изпълнено $a \ge 0$;
б) за всяка точка на сгъстяване b на редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е изпълнено $b \ge 0$.
1.3. Нека редиците $\{a_n\}_1^\infty$ и $\{b_n\}_1^\infty$ са ограничени и имат съответно точно 2 и 3 точки на сгъстяване. Докажете, че редицата $\{a_n + b_n\}_1^\infty$ не е сходяща.
2. Нека $f(x)$ е непрекъсната и ограничена в $(0\,,\,+\infty)$. Докажете, че уравнението $f(x) = \dfrac{1+x^3-x^4}{x^3+x}$ има решение в интервала $(0\,,\,+\infty)$ (формулирайте и използвайте теоремата за междинните стойности).
3. 3.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .
3.2. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на произведение на две функции.
4. 4.1. Формулирайте теоремите на Ферма и Коши (обобщена за крайните нараствания).
4.2. Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие функцията $f(x)$ да е растяща в интервала $[a\,,\,b]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Дайте дефиниция на точка на сгъстяване на дадена редица.
1.2. Нека $a_n \le 0$ за всяко $n \in \mathbb{N}$. Докажете, че:
а) ако редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е сходяща, то за границата ѝ a е изпълнено $a \le 0$;
б) за всяка точка на сгъстяване b на редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е изпълнено $b \le 0$.
1.3. Нека редиците $\{a_n\}_1^\infty$ и $\{b_n\}_1^\infty$ са ограничени и имат съответно точно 2 и 3 точки на сгъстяване. Докажете, че редицата $\{a_n b_n\}_1^\infty$ има най-много 6 точки на сгъстяване.
2. Нека $f(x)$ е непрекъсната и ограничена в $(0\,,\,+\infty)$. Докажете, че уравнението $f(x) = \dfrac{x^4+x^3-1}{x^3+x}$ има решение в интервала $(0\,,\,+\infty)$ (формулирайте и използвайте теоремата за междинните стойности).
3. 3.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .
3.2. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на частно на две функции.
4. 4.1. Формулирайте теоремите на Ферма и Лагранж (за крайните нараствания).
4.2. Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие функцията $f(x)$ да е намаляваща в интервала $[a\,,\,b]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Нека $f(x) = x + \dfrac{5-2x}{2} \ln\left(\dfrac{5-2x}{5}\right)$.

1.1. Докажете, че $0 \le f(x) \le x^2$ за всяко $x \in [0\,,\,2]$.

1.2. Ако $a_0 = \dfrac{1}{7}$, $a_{n+1} = f(a_n)$, $n \in \mathbb{N}$, докажете, че $0 \le a_n \le \left(\dfrac{1}{7}\right)^{2^n}$ за всяко $n \in \mathbb{N}$.

1.3. Пресметнете границите $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$.

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0} \left(\sqrt{1+2\sin x} - \operatorname{tg} x\right)^{\dfrac{1}{\ln(x^2+1)}} .$$

3. Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $g(x) = \dfrac{e^{2x}}{4x^2+14x+13}$ в интервала $[-2\,,\,0]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Дайте дефиниция на точка на сгъстяване на дадена редица.

1.2. Нека $a_n \ge 0$ за всяко $n \in \mathbb{N}$. Докажете, че:

а) ако редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е сходяща, то за границата ѝ a е изпълнено $a \ge 0$;

б) за всяка точка на сгъстяване b на редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е изпълнено $b \ge 0$.

1.3. Нека редиците $\{a_n\}_1^\infty$ и $\{b_n\}_1^\infty$ са ограничени и имат съответно точно 2 и 3 точки на сгъстяване. Докажете, че редицата $\{a_n - b_n\}_1^\infty$ не е сходяща.

2. Нека $f(x)$ е непрекъсната и ограничена в $(-\infty\,,\,0)$. Докажете, че уравнението $f(x) = \dfrac{1+x^3-x^4}{x^3+x}$ има решение в интервала $(-\infty\,,\,0)$ (формулирайте и използвайте теоремата за междинните стойности).

3. 3.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

3.2. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на произведение на две функции.

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Рол и Лагранж (за крайните нараствания).

4.2. Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие функцията $f(x)$ да е растяща в интервала $[a\,,\,b]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Нека $f(x) = x + \dfrac{7-2x}{2} \ln\left(\dfrac{7-2x}{7}\right)$.

1.1. Докажете, че $0 \le f(x) \le x^2$ за всяко $x \in [0\,,\,3]$.

1.2. Ако $a_0 = \dfrac{1}{5}$, $a_{n+1} = f(a_n)$, $n \in \mathbb{N}$, докажете, че $0 \le a_n \le \left(\dfrac{1}{5}\right)^{2^n}$ за всяко $n \in \mathbb{N}$.

1.3. Пресметнете границите $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$.

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0} \left(\sqrt{1+2\ln(1+x)} - \operatorname{tg} x\right)^{\operatorname{cotg}^2 x} .$$

3. Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $g(x) = \dfrac{e^{3x}}{9x^2-3x+1}$ в интервала $[0\,,\,1]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
13.12.2003 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Дайте дефиниция на точка на сгъстяване на дадена редица.

1.2. Нека $a_n \le 0$ за всяко $n \in \mathbb{N}$. Докажете, че:

а) ако редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е сходяща, то за границата ѝ a е изпълнено $a \le 0$;

б) за всяка точка на сгъстяване b на редицата $\{a_n\}_1^\infty$ е изпълнено $b \le 0$.

1.3. Нека редиците $\{a_n\}_1^\infty$ и $\{b_n\}_1^\infty$ са ограничени и имат съответно точно 2 и 3 точки на сгъстяване. Докажете, че редицата $\{a_n + b_n\}_1^\infty$ има най-много 6 точки на сгъстяване.

2. Нека $f(x)$ е непрекъсната и ограничена в $(-\infty\,,\,0)$. Докажете, че уравнението $f(x) = \dfrac{x^4+x^3-1}{x^3+x}$ има решение в интервала $(-\infty\,,\,0)$ (формулирайте и използвайте теоремата за междинните стойности).

3. 3.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

3.2. Формулирайте и докажете правилото за диференциране на частно на две функции.

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Рол и Коши (обобщена за крайните нараствания).

4.2. Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие функцията $f(x)$ да е намаляваща в интервала $[a\,,\,b]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
06.02.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Нека редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ удовлетворява условията:
$a_1 = \dfrac{3}{2}$ и
$a_n^2 - 3\,a_n + 4 \;<\; a_{n+1} \;<\; \dfrac{1}{2}\left(3\,a_n^2 - 10\,a_n + 12\right)$.

Да се докаже, че
а) Редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е растяща.
б) Редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е ограничена отгоре.
в) Да се намерят границите:

$$\lim_{n\to\infty} a_n\ ;\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}-2}{a_n-2}\ ;\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2-a_n}\ .$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0}\,(\cos(\sin x))^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}\ .$$

3. За функцията:

$$f(x) = 2^{-x}\ (|x+1| + |x+2|)$$

да се намерят:
а) локалните екстремуми на $f(x)$.
б) най-малката и най-голямата стойност на $f(x)$ в интервала $[-7, 7]$.

———————————————————

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
06.02.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Дайте дефиниция на сходяща редица.
1.2. Формулирайте и докажете теоремата за сходимост на произведение на две сходящи редици.

2. Докажете, че функцията

$$f(x) \;=\; -x^5\, e^{-x^2} \;+ x^4 - 101\, x^3 - 1$$

има най-малка стойност в интервала $(-\infty\,,\,+\infty)$ (формулирайте и използвайте теоремата на Вайерщрас).

3. 3.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .
3.2. Докажете, че функцията $f(x) \;=\; \sin x$ има производна за всяко $a \in \mathbb{R}$ и $f'(a) \;=\; \cos a$.

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Рол и Лагранж (за крайните нараствания).
4.2. Докажете теоремата на Лагранж.

———————————————————

Изпит по ДИС-1 първа част („задачи“)
06.02.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Нека редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ удовлетворява условията:
$a_1 \;=\; -\dfrac{1}{2}$ и
$a_n^2 + a_n + 1 \;<\; -\,a_{n+1} \;<\; \dfrac{1}{2}\left(3\,a_n^2 + 4\,a_n + 3\right)$.

Да се докаже, че
а) Редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е намаляваща.
б) Редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е ограничена отдолу.
в) Да се намерят границите:

$$\lim_{n\to\infty} a_n\ ;\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}+1}{a_n+1}\ ;\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n+1}\ .$$

2. Пресметнете границата:

$$\lim_{x\to 0}\,(\cos(\operatorname{tg} x))^{\frac{1}{\ln(1-x^2)}}\ .$$

3. За функцията:

$$f(x) = 2^{x}\ (|x-1| + |x-2|)$$

да се намерят:
а) локалните екстремуми на $f(x)$.
б) най-малката и най-голямата стойност на $f(x)$ в интервала $[-8, 8]$.

Изпит по ДИС-1 първа част („теория“)
06.02.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Дайте дефиниция на сходяща редица.
1.2. Формулирайте и докажете теоремата за сходимост на частно на две сходящи редици.

2. Докажете, че функцията

$$f(x) \;=\; x^5\, e^{-x^2} \;- x^4 + 102\, x^3 + 1$$

има най-голяма стойност в интервала $(-\infty\,,\,+\infty)$ (формулирайте и използвайте теоремата на Вайерщрас).

3. 3.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .
3.2. Докажете, че функцията $f(x) \;=\; \ln x$ има производна за всяко $a > 0$ и $f'(a) \;=\; \dfrac{1}{a}$.

4. 4.1. Формулирайте теоремите на Ферма и Рол.
4.2. Докажете теоремата на Рол.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x-1)\, e^{\frac{1}{x}} .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\displaystyle\int 2^{x} \sin 3x \, dx$.

2.2. $\displaystyle\int \frac{3\cos x + 9\sin x + 11}{6\cos x + 3\sin x + 7}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Дайте дефиниция за изпъкнала функция в $\mathbb{R}$.
1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е изпъкнала в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \geq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в -1 за функциите e^{x} и $\dfrac{1}{(2+x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.
3.2. Докажете теоремата за интегриране по части.
3.3. Нека $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, dx .$$

4. Дайте дефиниция за сходимост на несобствен интеграл от съответния вид и обосновете за кои $p \in \mathbb{R}$ е сходящ интегралът $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^p}$.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x+2)\, e^{\frac{1}{x}} .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\displaystyle\int 3^{x} \cos 2x \, dx$.

2.2. $\displaystyle\int \frac{-9\cos x + 3\sin x + 4}{6\cos x - 3\sin x + 7}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Дайте дефиниция за вдлъбната функция в $\mathbb{R}$.
1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е вдлъбната в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \leq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 1 за функциите e^{x} и $\dfrac{1}{(2-x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.
3.2. Докажете теоремата за смяна на променливите.
3.3. Нека $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_{-1}^{1} f(|x|)\, dx = 2\int_0^{1} f(x)\, dx .$$

4. Дайте дефиниция за сходимост на несобствен интеграл от съответния вид и обосновете за кои $p \in \mathbb{R}$ е сходящ интегралът $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{p}}$.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x+1)\ e^{-\frac{1}{x}}\ .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\int 3^{x} \sin 2x\, dx$.

2.2. $\int \frac{2\cos x - 6\sin x + 7}{2\cos x - 2\sin x + 3}\, dx$.

———————————————————

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Дайте дефиниция за изпъкнала функция в $\mathbb{R}$.

1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е изпъкнала в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \geq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в -1 за функциите e^{x} и $\frac{1}{(2+x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.

3.2. Докажете теоремата за интегриране по части.

3.3. Нека $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\ dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\ dx\ .$$

4. Дайте дефиниция за сходимост на несобствен интеграл от съответния вид и обосновете за кои $p \in \mathbb{R}$ е сходящ интегралът $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^p}$.

———————————————————

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x-2)\ e^{-\frac{1}{x}}\ .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\int 2^{x} \cos 3x\, dx$.

2.2. $\int \frac{2\cos x - 2\sin x - 3}{2\cos x + 2\sin x + 3}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Дайте дефиниция за вдлъбната функция в $\mathbb{R}$.

1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е вдлъбната в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \leq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 1 за функциите e^{x} и $\frac{1}{(2-x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.

3.2. Докажете теоремата за смяна на променливите.

3.3. Нека $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_{-1}^{1} f(|x|)\ dx = 2\int_0^1 f(x)\ dx\ .$$

4. Дайте дефиниция за сходимост на несобствен интеграл от съответния вид и обосновете за кои $p \in \mathbb{R}$ е сходящ интегралът $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{p}}$.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x-1)\, e^{\frac{1}{x}} .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\int 2^{x} \sin 3x \, dx$.

2.2. $\int \frac{3\cos x + 9\sin x + 11}{6\cos x + 3\sin x + 7}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Дайте дефиниция за изпъкнала функция в $\mathbb{R}$.
1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е изпъкнала в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \geq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в -1 за функциите e^{x} и $\frac{1}{(2+x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.
3.2. Докажете теоремата за интегриране по части.
3.3. Нека $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, dx .$$

4. Напишете формулите за пресмятане, чрез определени интеграли, на дължина на дъга и обем на ротационно тяло.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x+2)\, e^{\frac{1}{x}} .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\int 3^{x} \cos 2x \, dx$.

2.2. $\int \frac{-9\cos x + 3\sin x + 4}{6\cos x - 3\sin x + 7}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Дайте дефиниция за вдлъбната функция в $\mathbb{R}$.
1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е вдлъбната в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \leq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 1 за функциите e^{x} и $\frac{1}{(2-x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.
3.2. Докажете теоремата за смяна на променливите.
3.3. Нека $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_{-1}^{1} f(|x|)\, dx = 2 \int_0^{1} f(x)\, dx .$$

4. Напишете формулите за пресмятане, чрез определени интеграли, на лице на криволинеен трапец и дължина на дъга.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x+1)\ e^{-\frac{1}{x}} .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\displaystyle\int 3^{x} \sin 2x\, dx$.

2.2. $\displaystyle\int \frac{2\cos x - 6\sin x + 7}{2\cos x - 2\sin x + 3}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Дайте дефиниция за изпъкнала функция в $\mathbb{R}$.

1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е изпъкнала в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \geq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в -1 за функциите e^{x} и $\dfrac{1}{(2+x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.

3.2. Докажете теоремата за интегриране по части.

3.3. Нека $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\ dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\ dx .$$

4. Напишете формулите за пресмятане, чрез определени интеграли, на дължина на дъга и обем на ротационно тяло.

Изпит по ДИС-1 втора част („задачи“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Да се изследва и построи графиката на функцията:

$$f(x) = (x-2)\ e^{-\frac{1}{x}} .$$

2. Пресметнете неопределените интеграли:

2.1. $\displaystyle\int 2^{x} \cos 3x\, dx$.

2.2. $\displaystyle\int \frac{2\cos x - 2\sin x - 3}{2\cos x + 2\sin x + 3}\, dx$.

Изпит по ДИС-1 втора част („теория“)
08.02.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Дайте дефиниция за вдлъбната функция в $\mathbb{R}$.

1.2. Докажете, че ако $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ има навсякъде втора производна, то f е вдлъбната в $\mathbb{R}$ тогава и само тогава, когато за всяко $p \in \mathbb{R}$ и всяко $x \in \mathbb{R}$ е изпълнено $f(x) \leq f'(p)\,(x-p) + f(p)$.

2. Напишете формулата на Тейлор до ред n в 1 за функциите e^{x} и $\dfrac{1}{(2-x)^2}$. Остатъчния член представете по два начина.

3. 3.1. Формулирайте теоремите за интегриране по части и за смяна на променливите за определени интеграли.

3.2. Докажете теоремата за смяна на променливите.

3.3. Нека $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че:

$$\int_{-1}^{1} f(|x|)\ dx = 2\int_0^{1} f(x)\ dx .$$

4. Напишете формулите за пресмятане, чрез определени интеграли, на лице на криволинеен трапец и дължина на дъга.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете лицето и периметъра на фигурата, ограничена от кривите $y = 2|x|$ и $y = 3 - x^2$.

2.

2.1. Да се развие в степенен ред функцията

$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+4}\right) .$$

2.2. Намерете радиуса на сходимост на получения степенен ред.

2.3. Изследвайте получения степенен ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра p, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^1 \frac{\left(\cos^2 2x - e^{-4x}\right)^3}{x^p}\, dx .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Напишете и докажете развитието в степенен ред на функцията $\sin x$.

2.

2.1. Формулирайте теоремите за интегруемост и за диференцируемост на границата на равномерно сходяща редица от функции.

2.2. Докажете теоремата за интегруемост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание повече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте и докажете теоремата за пресмятане на частните производни на съставна функция (верижно правило).

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Пресметнете лицето и периметъра на фигурата, ограничена от кривите $y = |x|$ и $y = 6 - x^2$.

2.

2.1. Да се развие в степенен ред функцията

$$f(x) = \ln\left(3x + \sqrt{9x^2+1}\right) .$$

2.2. Намерете радиуса на сходимост на получения степенен ред.

2.3. Изследвайте получения степенен ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра p, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^1 \frac{\left(\sqrt{1+x^2} - \cos x\right)^2}{x^p}\, dx .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Напишете и докажете развитието в степенен ред на функцията e^x.

2.

2.1. Формулирайте теоремите за непрекъснатост и за диференцируемост на границата на равномерно сходяща редица от функции.

2.2. Докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание повече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост. Докажете формулираното твърдение.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. Пресметнете лицето и периметъра на фигурата, ограничена от кривите $y = -3\,|x|$ и $y = x^2 - 4$.

2.

2.1. Да се развие в степенен ред функцията

$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+9}\right) \quad .$$

2.2. Намерете радиуса на сходимост на получения степенен ред.

2.3. Изследвайте получения степенен ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра p, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^1 \frac{\left(x\,\ln(1+x) - \sin^2 x\right)^2}{x^p}\,dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1.

1.1. Формулирайте критериите на Даламбер и Лайбниц за сходимост на числови редове.

1.2. Напишете и докажете развитието в степенен ред на функцията $\sin x$.

2.

2.1. Формулирайте теоремите за интегруемост и за диференцируемост на границата на равномерно сходяща редица от функции.

2.2. Докажете теоремата за интегруемост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание повече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте и докажете теоремата за пресмятане на частните производни на съставна функция (верижно правило).

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. Пресметнете лицето и периметъра на фигурата, ограничена от кривите $y = -2\,|x|$ и $y = x^2 - 8$.

2.

2.1. Да се развие в степенен ред функцията

$$f(x) = \ln\left(2x + \sqrt{4x^2+1}\right) \quad .$$

2.2. Намерете радиуса на сходимост на получения степенен ред.

2.3. Изследвайте получения степенен ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра p, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^1 \frac{\left(\sin x - \operatorname{arctg} x\right)^3}{x^p}\,dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
30.04.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1.

1.1. Формулирайте критериите на Коши и Раабе за сходимост на числови редове.

1.2. Напишете и докажете развитието в степенен ред на функцията e^x.

2.

2.1. Формулирайте теоремите за непрекъснатост и за диференцируемост на границата на равномерно сходяща редица от функции.

2.2. Докажете теоремата за непрекъснатост на граничната функция.

3.

3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание повече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост. Докажете формулираното твърдение.

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
24.06.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете лицето и периметъра на фигурата, ограничена от кривите $y = x - 1 + |\,x - 1\,|$ и $y = x^2 - 5$.

2.

2.1. Да се развие в степенен ред около 0 функцията

$$f(x) = \ln \frac{3x+1}{x+2} \quad .$$

2.2. Намерете радиуса на сходимост на получения степенен ред.

2.3. Изследвайте получения степенен ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}}{(x + \sqrt{x}) \ln^2 (1 + x^{2p})} \, dx \quad .$$

————————————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
24.06.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Формулирайте и докажете критерий за сравняване на редове с положителни членове.

1.2. Формулирайте и докажете критерия на Коши.

2. 2.1. Формулирайте теоремите за непрекъснатост и за диференцируемост на сумата на равномерно сходящ ред от функции.

2.2. Дайте дефиниция за радиус на сходимост на степенен ред.

2.3. Докажете, че сумата на степенен ред с радиус на сходимост $R > 0$ е интегруема върху всеки интервал $[a, b] \subset (-R, R)$.

3. 3.1. Дайте дефиниция за производна по направление (частни производни) на функция на две (по желание повече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за равенство на смесените втори частни производни. Докажете формулираното твърдение.

————————————————————————

Изпит по ДИС-2 първа част („задачи“)
24.06.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Пресметнете лицето и периметъра на фигурата, ограничена от кривите $y = x + 1 - |\,x + 1\,|$ и $y = x^2 - 6$.

2.

2.1. Да се развие в степенен ред около 0 функцията

$$f(x) = \ln \frac{x+3}{2x+1} \quad .$$

2.2. Намерете радиуса на сходимост на получения степенен ред.

2.3. Изследвайте получения степенен ред в крайните точки на интервала на сходимост.

3. Изследвайте, в зависимост от стойностите на параметъра $p > 0$, за сходимост несобствения интеграл:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{(x + \sqrt[3]{x}) \ln^2 (1 + x^{3p})} \, dx \quad .$$

Изпит по ДИС-2 първа част („теория“)
24.06.2004 година — *поправка*
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Формулирайте и докажете критерий за сравняване на редове с положителни членове.

1.2. Формулирайте и докажете критерия на Даламбер.

2. 2.1. Формулирайте теоремите за непрекъснатост и за диференцируемост на сумата на равномерно сходящ ред от функции.

2.2. Дайте дефиниция за радиус на сходимост на степенен ред.

2.3. Докажете, че сумата на степенен ред с радиус на сходимост $R > 0$ е непрекъсната в интервала $(-R, R)$.

3. 3.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две (по желание повече) променливи в дадена точка.

3.2. Формулирайте достатъчни условия за диференцируемост. Докажете формулираното твърдение.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - y^2}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;

1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(3\,x^2 + y^2\right)^2 \le z \le x + y\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(x^2 + 2xy - y^2\right) dx + \left(x^2 - 2xy - y^2\right) dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(-2,-1)$ и край $B(0,3)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален максимум на функция на две променливи.

1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален максимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.

2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.

2.3. Докажете, че непрекъсната в ограничено, затворено и измеримо множество функция е интегруема върху това множество.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.

3.2. Докажете, че ако интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране, то за полето $(P(x,y)\,,\ Q(x,y))$ съществува потенциал.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{2\,x^2+1} - \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;

1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(x^2 + 3\,y^2\right)^2 \le z \le x - y\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(3x^2 + 2xy - y^2\right) dx + \left(x^2 - 2xy + y^2\right) dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(2,-1)$ и край $B(0,-3)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален минимум на функция на две променливи.

1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален минимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.

2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.

2.3. Докажете формулираната теорема.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.

3.2. Докажете, че ако за полето $(P(x,y)\,,\ Q(x,y))$ съществува потенциал, то интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{y^2+\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{y^2}{4}-x^2}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;

1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(3\,x^2+y^2\right)^2 \le z \le x-y\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(-x^2+2xy-y^2\right)dx+\left(x^2-2xy+3y^2\right)dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(-1,-2)$ и край $B(3,0)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален максимум на функция на две променливи.

1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален максимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.

2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.

2.3. Докажете, че непрекъсната в ограничено, затворено и измеримо множество функция е интегруема върху това множество.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.

3.2. Докажете, че ако интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx+Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране, то за полето $(P(x,y)\,,\ Q(x,y))$ съществува потенциал.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{3y^2+1} - \sqrt{y^2-\frac{x^2}{2}}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;

1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(x^2+3\,y^2\right)^2 \le z \le x+y\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(3x^2-2xy+y^2\right)dx+\left(-x^2+2xy-3y^2\right)dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(-1,2)$ и край $B(1,-2)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален минимум на функция на две променливи.

1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален минимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.

2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.

2.3. Докажете формулираната теорема.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.

3.2. Докажете, че ако за полето $(P(x,y)\,,\ Q(x,y))$ съществува потенциал, то интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx+Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - y^2}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;
1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(4\,x^2 + y^2\right)^2 \le z \le x^2 y\ ,\ 0 \le x\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(x^2 + 2xy - y^2\right) dx + \left(x^2 - 2xy - y^2\right) dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(-2,-1)$ и край $B(0,3)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален максимум на функция на две променливи.
1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален максимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.
2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.
2.3. Докажете, че непрекъсната в ограничено, затворено и измеримо множество функция е интегруема върху това множество.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.
3.2. Докажете, че ако интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране, то за полето $(P(x,y)\ ,\ Q(x,y))$ съществува потенциал.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{2\,x^2+1} - \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;
1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(x^2 + 4\,y^2\right)^2 \le z \le xy^2\ ,\ 0 \le y\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(3x^2 + 2xy - y^2\right) dx + \left(x^2 - 2xy + y^2\right) dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(2,-1)$ и край $B(0,-3)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален минимум на функция на две променливи.
1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален минимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.
2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.
2.3. Докажете формулираната теорема.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.
3.2. Докажете, че ако за полето $(P(x,y)\ ,\ Q(x,y))$ съществува потенциал, то интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране.

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-3

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{y^2+\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{y^2}{4}-x^2}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;

1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(4\,x^2+9\,y^2\right)^2 \le z \le x^2 y\ ,\ 0 \le x\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(-x^2+2xy-y^2\right)dx + \left(x^2-2xy+3y^2\right)dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(-1,-2)$ и край $B(3,0)$.

———————————————————

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-3

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален максимум на функция на две променливи.

1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален максимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.

2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.

2.3. Докажете, че непрекъсната в ограничено, затворено и измеримо множество функция е интегруема върху това множество.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.

3.2. Докажете, че ако интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране, то за полето $(P(x,y)\,,\ Q(x,y))$ съществува потенциал.

———————————————————

Изпит по ДИС-2 втора част („задачи“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-4

1. За функцията

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{3y^2+1} - \sqrt{y^2-\frac{x^2}{2}}\right)$$

намерете:

1.1. локалните екстремуми;

1.2. най-малката ѝ стойност.

2. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$\left(9\,x^2+y^2\right)^2 \le z \le xy^2\ ,\ 0 \le y\ .$$

3. Проверете, че интегралът

$$\int\limits_C \left(3x^2-2xy+y^2\right)dx + \left(-x^2+2xy-3y^2\right)dy$$

не зависи от пътя на интегриране и пресметнете стойността му когато C е частично гладка крива с начало $A(-1,2)$ и край $B(1,-2)$.

Изпит по ДИС-2 втора част („теория“)
27.06.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-4

1. 1.1. Дайте дефиниция за локален минимум на функция на две променливи.

1.2. Формулирайте достатъчни условия функция на две променливи да има в дадена точка локален минимум.

2. 2.1. Дайте дефиниция за интегруема функция върху ограничено множество.

2.2. Формулирайте теоремата за представяне на двоен интеграл върху криволинеен трапец като повторен.

2.3. Докажете формулираната теорема.

3. 3.1. Формулирайте необходими и достатъчни условия криволинейния интеграл от II-ри род да не зависи от пътя на интегриране.

3.2. Докажете, че ако за полето $(P(x,y)\,,\ Q(x,y))$ съществува потенциал, то интегралът

$$\int\limits_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

не зависи от пътя на интегриране.

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете границата

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+n-\sin 4n}{n^2-4n+\cos n}\right)^n .$$

2. Пресметнете границата

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\operatorname{cotg}\frac{2\pi x}{8\,x+3}\right)^x .$$

3. Изследвайте и начертайте графиката на функцията

$$g(x)\;=\;\ln\left(-2\,x-x^2\right) .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int\frac{x^4+5\,x^2-9\,x+6}{x^3-8}\,dx .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int(4\,x+1)\sin^3 x\,dx .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете границата

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+n-\sin 4n}{n^2-4n+\cos n}\right)^n .$$

2. Пресметнете границата

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\operatorname{cotg}\frac{2\pi x}{8\,x+3}\right)^x .$$

3. Изследвайте и начертайте графиката на функцията

$$g(x)\;=\;\ln\left(-2\,x-x^2\right) .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int\frac{x^4+5\,x^2-9\,x+6}{x^3-8}\,dx .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int(4\,x+1)\sin^3 x\,dx .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете границата

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-2n+\sin 3n}{n^2+3n-\cos 2n}\right)^n .$$

2. Пресметнете границата

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi x}{12\,x+7}\right)^x .$$

3. Изследвайте и начертайте графиката на функцията

$$g(x)\;=\;\ln\left(4\,x-x^2\right) .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int\frac{x^4+17\,x-6}{x^3+8}\,dx .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int(2\,x+3)\cos^3 x\,dx .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („задачи“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Пресметнете границата

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-2n+\sin 3n}{n^2+3n-\cos 2n}\right)^n .$$

2. Пресметнете границата

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi x}{12\,x+7}\right)^x .$$

3. Изследвайте и начертайте графиката на функцията

$$g(x)\;=\;\ln\left(4\,x-x^2\right) .$$

4. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int\frac{x^4+17\,x-6}{x^3+8}\,dx .$$

5. Пресметнете неопределения интеграл

$$\int(2\,x+3)\cos^3 x\,dx .$$

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Дайте дефиниция на сходяща редица.

1.2. Формулирайте и докажете теорема за границата на частно на две сходящи редици.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Докажете правилото за диференциране на функцията $\ln x$.

3.

Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие дадена диференцируема функция да бъде растяща в интервал.

4.

4.1. Формулирайте теоремата на Лайбниц и Нютон.

4.2. Формулирайте и докажете теоремата за смяна на променливите за определен интеграл.

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1.

1.1. Дайте дефиниция на сходяща редица.

1.2. Формулирайте и докажете теорема за границата на частно на две сходящи редици.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Докажете правилото за диференциране на функцията $\ln x$.

3.

Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие дадена диференцируема функция да бъде растяща в интервал.

4.

4.1. Формулирайте теоремата на Лайбниц и Нютон.

4.2. Формулирайте и докажете теоремата за смяна на променливите за определен интеграл.

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Дайте дефиниция на сходяща редица.

1.2. Формулирайте и докажете теорема за границата на произведение на две сходящи редици.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Докажете правилото за диференциране на функцията e^x .

3.

Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие дадена диференцируема функция да бъде намаляваща в интервал.

4.

4.1. Формулирайте теоремата на Лайбниц и Нютон.

4.2. Формулирайте и докажете теоремата за интегриране по части в определения интеграл.

Изпит по ДИС-1 поправка („теория“)
11.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-2

1.

1.1. Дайте дефиниция на сходяща редица.

1.2. Формулирайте и докажете теорема за границата на произведение на две сходящи редици.

2.

2.1. Дайте дефиниция за производна на функцията $f(x)$ в точката a .

2.2. Докажете правилото за диференциране на функцията e^x .

3.

Формулирайте и докажете необходимо и достатъчно условие дадена диференцируема функция да бъде намаляваща в интервал.

4.

4.1. Формулирайте теоремата на Лайбниц и Нютон.

4.2. Формулирайте и докажете теоремата за интегриране по части в определения интеграл.

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x - 8}$$

и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Изследвайте за сходимост и абсолютна сходимост реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-4)^{3n} \cdot \frac{(n!)^6}{((2n+1)!)^3} \cdot \sqrt[5]{n^4} \; .$$

3. За функцията $f(x,y) = x^2 e^{-x^2-3x-4y^2}$ намерете:

3.1. Най-голямата ѝ стойност в множеството $D: \; x^2 + 4y^2 \leq 5$.

3.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$4x^2 + y^2 \leq z \leq 6y \, , \;\; 0 \leq x \, , \;\; 0 \leq y \; .$$

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-1

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x - 8}$$

и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Изследвайте за сходимост и абсолютна сходимост реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-4)^{3n} \cdot \frac{(n!)^6}{((2n+1)!)^3} \cdot \sqrt[5]{n^4} \; .$$

3. За функцията $f(x,y) = x^2 e^{-x^2-3x-4y^2}$ намерете:

3.1. Най-голямата ѝ стойност в множеството $D: \; x^2 + 4y^2 \leq 5$.

3.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$4x^2 + y^2 \leq z \leq 6y \, , \;\; 0 \leq x \, , \;\; 0 \leq y \; .$$

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 6}$$

и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Изследвайте за сходимост и абсолютна сходимост реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-9)^{3n} \cdot \frac{(n!)^6}{((3n+1)!)^2} \cdot \frac{1}{2n+1} \; .$$

3. За функцията $f(x,y) = y^2 e^{-4x^2+3y-y^2}$ намерете:

3.1. Най-голямата ѝ стойност в множеството $D: \; 4x^2 + y^2 \leq 5$.

3.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$4x^2 + y^2 \leq z \leq 6y \, , \;\; 0 \leq x \, , \;\; 0 \leq y \; .$$

Изпит по ДИС-2 поправка („задачи“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант З-2

1. Да се развие в ред на Маклорен функцията

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 6}$$

и да се намери радиусът на сходимост на получения ред.

2. Изследвайте за сходимост и абсолютна сходимост реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-9)^{3n} \cdot \frac{(n!)^6}{((3n+1)!)^2} \cdot \frac{1}{2n+1} \; .$$

3. За функцията $f(x,y) = y^2 e^{-4x^2+3y-y^2}$ намерете:

3.1. Най-голямата ѝ стойност в множеството $D: \; 4x^2 + y^2 \leq 5$.

3.2. Точките от $\mathbb{R}^2$, в които $f(x,y)$ има локален екстремум.

4. Намерете обема на тялото, зададено с неравенствата:

$$4x^2 + y^2 \leq z \leq 6y \, , \;\; 0 \leq x \, , \;\; 0 \leq y \; .$$

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. Формулирайте и докажете критерия на Коши за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за частни производни на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Формулирайте и докажете достатъчни условия за равенство на вторите смесени производни на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за измеримо множество в $\mathbb{R}^2$.

3.2. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за измеримост (чрез множеството от гранични точки).

3.3. Докажете необходимостта на формулираното условие.

4. Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. Формулирайте и докажете критерия на Коши за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за частни производни на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Формулирайте и докажете достатъчни условия за равенство на вторите смесени производни на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за измеримо множество в $\mathbb{R}^2$.

3.2. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за измеримост (чрез множеството от гранични точки).

3.3. Докажете необходимостта на формулираното условие.

4. Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. Формулирайте и докажете критерия на Даламбер за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Формулирайте и докажете достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за измеримо множество в $\mathbb{R}^2$.

3.2. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за измеримост (чрез множеството от гранични точки).

3.3. Докажете достатъчността на формулираното условие.

4. Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.

Изпит по ДИС-2 поправка („теория“)
13.09.2004 година
специалност "Информатика"

група: **фак. номер:**

вариант Т-1

1. Формулирайте и докажете критерия на Даламбер за сходимост на редове.

2.

2.1. Дайте дефиниция за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

2.2. Формулирайте и докажете достатъчни условия за диференцируемост на функция на две променливи в дадена точка.

3.

3.1. Дайте дефиниция за измеримо множество в $\mathbb{R}^2$.

3.2. Формулирайте необходимо и достатъчно условие за измеримост (чрез множеството от гранични точки).

3.3. Докажете достатъчността на формулираното условие.

4. Формулирайте и докажете достатъчни условия за равномерна сходимост на реда на Фурие на дадена функция.