ЗАДАЧИ ПО АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ

IV ЧАСТ: Уравнения на права в равнината.

Всички задачи от тази част са зададени спрямо ОКС *К = Оxy* в равнината.

1 зад. Дадени са точките : $A\left(5, 1\right), B\left(3, 3\right) и C(-1, 5)$. Да се намерят:

1. Уравнения на симетралите на страните *AB* и *AC* на триъгълник *АВС*;
2. Координатите на центъра на описаната около триъгълник *АВС* окръжност ( пресечната точка на симетралите);
3. Дължината на радиуса на описаната около триъгълник *АВС* окръжност (разстоянието от центъра до произволен връх на триъгълника).

2 зад. Дадени са правите: $a:3x-2y+1=0, b:x-y+1=0 и m\_{B}:2x-y-1=0.$ Нека правите $a и b$ съдържат съответно страните *ВС* и *АС* на триъгълник *АВС*, а правата $m\_{B}$ съдържа медианата му през върха *В*. Да се намерят координатите на върховете и лицето на триъгълник *АВС*.

3 зад. Дадени са точките : $A\left(1, 2\right), B\left(-2, 1\right) и C(-1, -2)$. Да се намерят:

1. Уравнения на правите, които съдържат средните отсечки на триъгълник *АВС*;
2. Уравнения на височините на триъгълник *АВС* ;
3. Дължината на медианата $AA\_{1}$ на триъгълник *АВС* .

4 зад. Дадени са правите: $g:2x-3y+1=0, a:x+5y+7=0$ и точката $P(2, 6)$. Светлинен лъч $l$ минава през точката $P$, отразява се от правата $g$ и отразеният лъч $l^{'}$ става успореден на правата $a$. Да се намерят уравнения на правите, съдържащи лъчите $l$ и $l^{'}$.

5 зад. Дадени са правите: $b\_{A}:4x-3y+2=0, h\_{A}:x+3y+8=0$ и точката $B(-3, 5)$. Да се намерят координатите на върховете *А* и *С* на триъгълник *АВС*, ако правите $b\_{A}$ и $h\_{A}$ съдържат съответно вътрешната ъглополовяща и височината през върха А на триъгълника.

6 зад. Дадени са правите: $g:2x-y-5=0 и b:3x-y-1=0$. Да се намери уравнение на правата $b^{'}$, ортогонално симетрична на правата $b$ относно правата $g$.

V ЧАСТ: Уравнения на права и равнина в пространството

Всички задачи от тази част са зададени спрямо ОКС *К = Оxyz* в тримерно пространство.

1 зад. Да се намери общо уравнение на равнина, която минава през точките *M*, *N* и *P*, ако:

 $M\left(-1, 0, 1\right), N\left(0, -1, 1\right), P\left(2, 3, 3\right).$

2 зад. Да се намери общо уравнение на равнина, която минава през точката *P* и правата $g$, ако:

 $P\left(-2, -1, 2\right)$, $ g\left\{\begin{array}{c}x=4+s\\y=3+s\\z=2+s\end{array}\right., s\in R.$

3 зад. Да се намери общо уравнение на равнина, която минава през пресичащите се прави $a и b$, ако:$ a\left\{\begin{array}{c}x=-2+s\\y=2+s\\z=1-s\end{array}\right., s\in R$ , $ b\left\{\begin{array}{c}x=0+2p\\y=4+2p\\z=4+3p\end{array}\right., p\in R.$

4 зад. Да се намери общо уравнение на равнина, която минава правата $a и $е успоредна на правата $b$, ако:$ a\left\{\begin{array}{c}x=1-s\\y=2-s\\z=1+s\end{array}\right., s\in R$ , $ b\left\{\begin{array}{c}x=5+2p\\y=4+3p\\z=3-3p\end{array}\right., p\in R.$

5 зад. Да се намери общо уравнение на равнина, която минава през правата $g$ и е перпендикулярна на равнината $β$, ако:

 $ g\left\{\begin{array}{c}x=4+s\\y=3+s\\z=2+s\end{array}\right., s\in R$, $β:x+y-2z+2=0$.

6 зад. Да се намерят координатни параметрични уравнения на правата $g$, която е зададена като пресечница на две равнини: $g\left\{\begin{array}{c}2x+y+z-7=0\\x-y+2z-5=0\end{array}\right.$.

7 зад. Дадени са точката $M\left(-1, 1, 2\right)$ и правата $a\left\{\begin{array}{c}x-y+1=0\\x-z-2=0\end{array}\right.$.

1. Да се намерят координатни параметрични уравнения на правата $g$, която е успоредна на правата $a$ и минава през точката *М*;
2. Да се намери разстоянието от точката *М* до правата $a$;
3. Да се намерят координатите на точката *М‘*, ортогонално симетрична на точката *М* относно правата $a$.

8 зад. Дадени са точките $A\left(3, 4, 0\right) и B\left(3, 3, -2\right)$, и равнината $β:x+2y-z+1=0$. Светлинен лъч минава през точката *А*, отразява се от равнината $β$ и отразеният лъч минава през точката *В*. Да се намерят уравнения на правите, съдържащи падащия и отразения лъчи.

9 зад. Дадени са равнината $α:x-2y+5z-2=0$ и правата $b\left\{\begin{array}{c}x=2-3s\\y=0+1s\\z=6-5s\end{array}\right., s\in R$. Да се намерят уравнения на правата $b'$, ортогонално симетрична на $b$ относно равнината $α$.

10 зад. Дадени са правите:$ a\left\{\begin{array}{c}x= 2+0s\\y=-3-1s\\z= 1+1s\end{array}\right., s\in R$ , $ b\left\{\begin{array}{c}x=-2+2p\\y= 1-1p\\z=-5-1p\end{array}\right., p\in R.$

1. Да се докаже, че правите $a$ и $b$ са кръстосани;
2. Да се намерят уравнения на оста на кръстосаните прави $a$ и $b$;
3. Ако точките *А* и *В* са краищата на оста-отсечка на кръстосаните прави $a$ и $b$, а т.$ O\left(0, 0, 0\right)$ е началото на координатната система, да се намери лицето на триъгълник *ОАВ*.

11 зад. Дадени са кръстосаните прави:$ a\left\{\begin{array}{c}x=1+1s\\y=0+1s\\z=0\end{array}\right., s\in R$ , $ b\left\{\begin{array}{c}x=0-1p\\y=1-1p\\z=2+2p\end{array}\right., p\in R $и равнината $β:x+y-1=0$. Нека точките $A\in a и B\in b$ са краищата на оста-отсечка на правите $a$ и $b$, а точките *C* и *D* са прободните точки съответно на правите $a$ и $b$ с равнината $β$. Да се намери обемът на тетраедъра *ABCD*.

12 зад. Дадени са точките $A\left(0, 0, -1\right) и B\left(-2, -8, -3\right)$, равнината $β:3x+4y-z+1=0$ и правата $b\left\{\begin{array}{c}x=3+3s\\y=-8+1s\\z=1-1s\end{array}\right., s\in R$. Да се намерят:

1. Уравнение на равнината $γ$, която минава през точките $A$ и $B$, и е перпендикулярна на равнината $β$;
2. Координатни параметрични уравнения на пресечницата $g на равнините β и γ$;
3. Разстоянието от точката $B$ до правата $g$.

V ЧАСТ: Криви от втора степен

1 зад. Спрямо ОКС *К = Оxy* в равнината са дадени следните криви от II степен с техни метрични канонични уравнения:

 $ε\_{1}:\frac{x^{2}}{25}+\frac{y^{2}}{16}=1$, $ε\_{2}:\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{9}=1$, $χ\_{1}:\frac{x^{2}}{4}-\frac{y^{2}}{12}=1$, $χ\_{2}:\frac{y^{2}}{9}-\frac{x^{2}}{16}=1$,

$π\_{1}:y^{2}=8x$, $π\_{2}:x^{2}=12y$.

1. Да се намерят координатите на върховете и уравненията на върховите допирателни на всяка от кривите;
2. Да се намерят координатите на фокусите и уравненията на директрисите на всяка от кривите.

2 зад. Спрямо ОКС *К = Оxy* в равнината да се намери:

1. Уравнение на допирателната $t\_{0}$ към кривата $ε:\frac{x^{2}}{2}+\frac{y^{2}}{4}=1$ в нейната точка $M\_{0}(1, \sqrt{2}$);
2. Уравнение на допирателната $t\_{0}$ към кривата $χ:\frac{x^{2}}{9}-\frac{y^{2}}{3}=1$ в нейната точка $M\_{0}(2\sqrt{3}, 1$);
3. Уравнение на допирателната $t\_{0}$ към кривата $π\_{1}:y^{2}=8x в нейната точка M\_{0}(2, 4)$.

**ВСИЧКИ ЗАДАЧИ ДО 10-та СА В РАЗШИРЕНА ЕВКЛИДОВА РАВНИНА,**

**В ХОМОГЕННИ КООРДИНАТИ.**

3 зад. Дадени са точките $A\left(1, 2, 1\right)и B\left(2, -1, 2\right).$ Да се намери уравнение на правата *AB*. Да се намерят координатите на безкрайната точка на правата *AB*.

4 зад. Да се определи типът на кривите от втора степен според броя на особените и безкрайните им точки:

1. $x^{2}-2xy+2y^{2}-4xt-6yt+3t^{2}=0;$
2. $x^{2}-2xy-2y^{2}-4xt-6yt+3t^{2}=0;$
3. $x^{2}-2xy+y^{2}-4xt-6yt+3t^{2}=0$.

5 зад. При кои стойности на параметъра $λ$ кривата *k*:$ x^{2}+2λxy-y^{2}+5xt-9t^{2}=0$ минава през безкрайната точка на правата $a:2x-y+7t=0.$

6 зад. Дадени са кривата от втора степен $k:4x^{2}-2xy-3y^{2}-12xt+10yt+8t^{2}=0$ и правата$ a:2x-y-2t=0$. Да се намерят уравнения на допирателните към кривата *k* в пресечните и точки с дадената права.

7 зад. Дадени са кривата от втора степен $k:4x^{2}-2xy-3y^{2}-12xt+10yt+8t^{2}=0$ и точката $M(5, 2, 1)$ – външна за кривата. Да се намерят уравнения на двете допирателни към кривата, които минават през дадената точка *M*.

8 зад. Да се намерят координатите на центровете на следните криви от втора степен:

1. $2x^{2}-4xy-3y^{2}+2xt+6yt-5t^{2}=0;$
2. $x^{2}-2xy+y^{2}-2xt+4yt+7t^{2}=0.$

9 зад. Да се намерят уравнения на асимптотите на кривата

 $k:10x^{2}+21xy+9y^{2}-41xt-39yt+4t^{2}=0$.

10 зад. Спрямо ОКС *К = Оxy* в равнината са дадени кривите от втора степен с уравнения:

1. $6xy+8y^{2}-12x-26y+11=0;$
2. $9x^{2}+18xy+9y^{2}-42x-30y+9=0.$

Да се намери метрично канонично уравнение на всяка от кривите, както и последователните координатни трансформации, водещи до него.